



## **Уткин Владимир Иванович**

**26.02.1935 – 10.01.2015**

**Доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией Института геофизики Уральского отделения Российской академии наук**

**Заслуженный деятель науки РФ (17.06.1999)**

В.И. Уткиным опубликовано более 280 научных работ, в том числе 6 монографий, по вопросам ядерно-физических методов исследования горных пород и руд, изучения радиоактивных элементов, последствий ядерных взрывов и радиоактивных загрязнений. Ему принадлежит около 60 авторских свидетельств и патентов на изобретения. Под его руководством подготовлены 3 докторские и 13 кандидатских диссертаций. Награждён орденом Трудового Красного Знамени (1983), медалями.

Двадцать шестая Уральская молодежная научная школа по геофизике  
17-21 марта 2005 г



**Горный институт  
ПФИЦ УрО РАН**

Долгаль Александр Сергеевич, г.н.с. «ГИ УрО РАН», д.ф.-м.н, профессор

**Решение обратных задач гравиразведки  
и магниторазведки с использованием  
монтажного метода, гарантированного  
подхода, аддитивных технологий и  
эволюционной оптимизации**

*г. Пермь*

# ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Элементы теории решения обратных задач
2. Монтажный метод решения нелинейной обратной задачи гравиразведки
3. Гарантированный подход
4. Аддитивные технологии
5. Метод роя частиц - инструмент количественной интерпретации моногеничной аномалии силы тяжести

# ПОСТАНОВКА ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИМЕТРИИ (ПО Е.Г. БУЛАХУ)

Зафиксируем в аномальном поле силы тяжести (или в поле его трансформации)  $n$  наиболее характерных точек: некоторый  $n$ -мерный вектор  $\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Можно говорить об определенном пространстве  $W$ , которое объединяет различные совокупности  $\mathbf{V} : \mathbf{V} \in W$ .

Построим начальную модель геологического строения, где местоположение и размеры геологических объектов характеризуются параметрами  $\rho_1, \rho_2, \dots$ . Допустим, что число таких параметров  $m$ . Получим  $m$ -мерный вектор  $\mathbf{P} = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m\}$ . Параметры объектов могут принимать различные значения. Можно говорить о пространстве  $Q$ , где каждой конкретной модели соответствует своя точка  $\mathbf{P} : \mathbf{P} \in Q$ .

Функциональные пространства  $W$  и  $Q$  связаны между собой. Установлено некоторое правило (алгоритм), по которому для значений параметров среды однозначно определяются значения аномального поля. Это алгоритм решения прямой задачи. В общем виде прямую задачу можно описать оператором, который каждой точке пространства ставит в соответствие определенную точку из пространства  $W$ :

$$\mathbf{V} = L(\mathbf{P}), \quad \mathbf{V} \in W, \quad \mathbf{P} \in Q$$

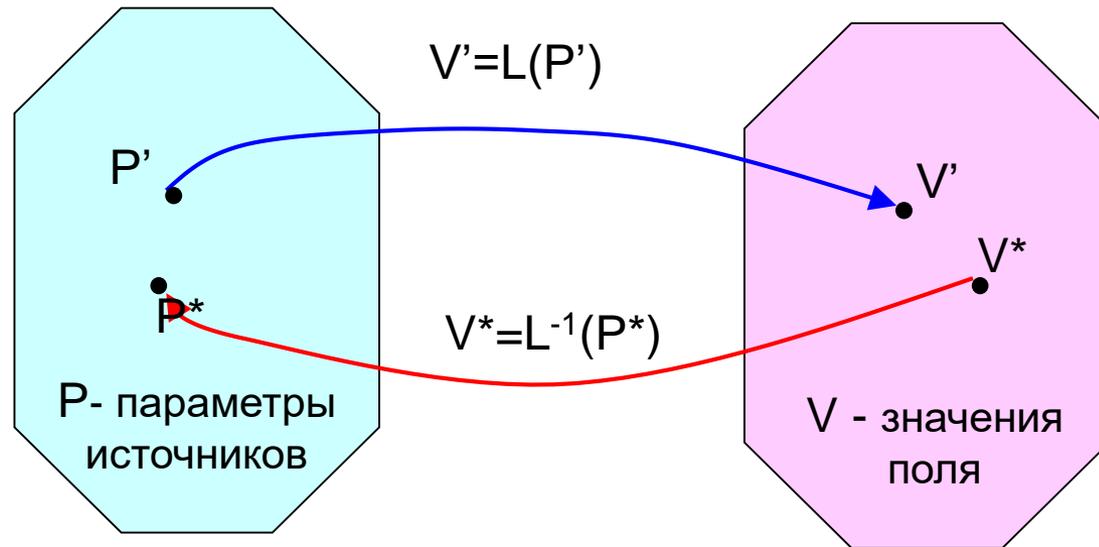
Обратная задача состоит в том, чтобы по заданным значениям компонент  $\mathbf{V}$  определить вектор  $\mathbf{P}$ . Таким образом, обратная задача в операторной форме может быть записана так:

$$\mathbf{P} = L^{-1}(\mathbf{V})$$

В общем случае это уравнение не всегда имеет решение. Для получения его геологически-содержательного приближенного решения необходимо привлекаться дополнительные сведения, полученные другими методами исследований, а также результаты качественной интерпретации поля.

Таким образом, **обратная задача гравиразведки (в наиболее важной для практике формулировке) состоит в нахождении распределений масс по заданному гравитационному полю этих масс.**

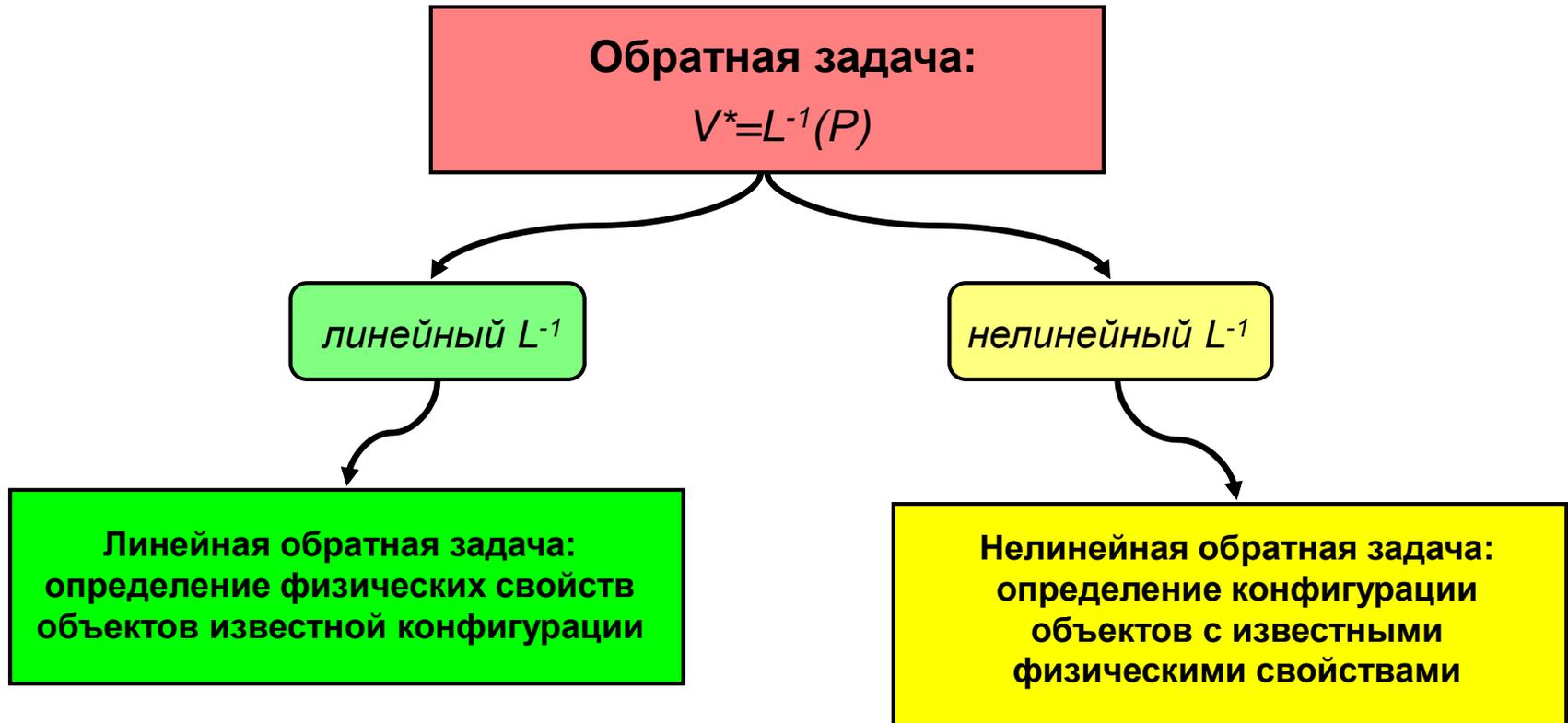
# ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГЕОФИЗИКИ



 решение прямой задачи

 решение обратной задачи

# КЛАССИФИКАЦИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ В ГРАВИРАЗВЕДКЕ (ПО ТИПУ ОПЕРАТОРА $L^{-1}$ )

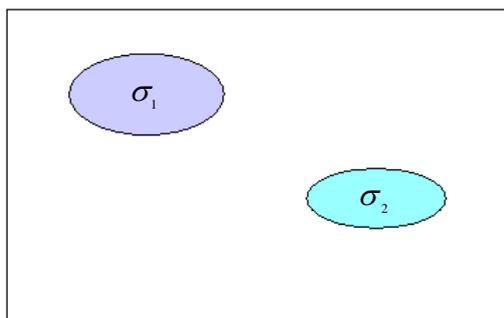


В математике обратные задачи подразделяются на **линейные** и **нелинейные** в соответствии с типом оператора прямой задачи. В геофизике к **линейным** обратным задачам обычно относят те из них, где оценке подлежат физические характеристики изучаемой геологической среды изучаемых геологических объектов, а к **нелинейным** - обратные задачи, в которых искомыми являются ее геометрические параметры их геометрические параметры. На практике часто приходится иметь дело со **смешанными** постановками задач: неизвестны как геометрические, так и физические характеристики источников поля.

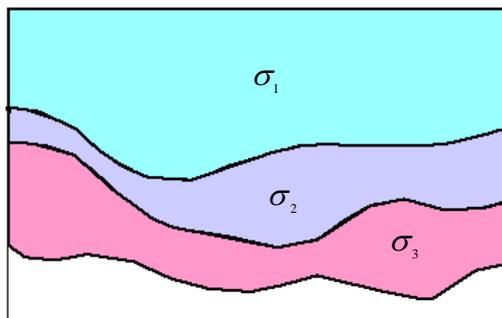
# КЛАССИФИКАЦИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ В ГРАВИРАЗВЕДКЕ (ПО ТИПУ ИСТОЧНИКОВ ПОЛЯ)

Пространственные распределения аномалиеобразующих масс:

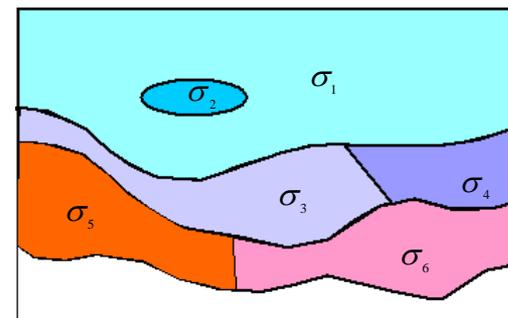
«Рудные»



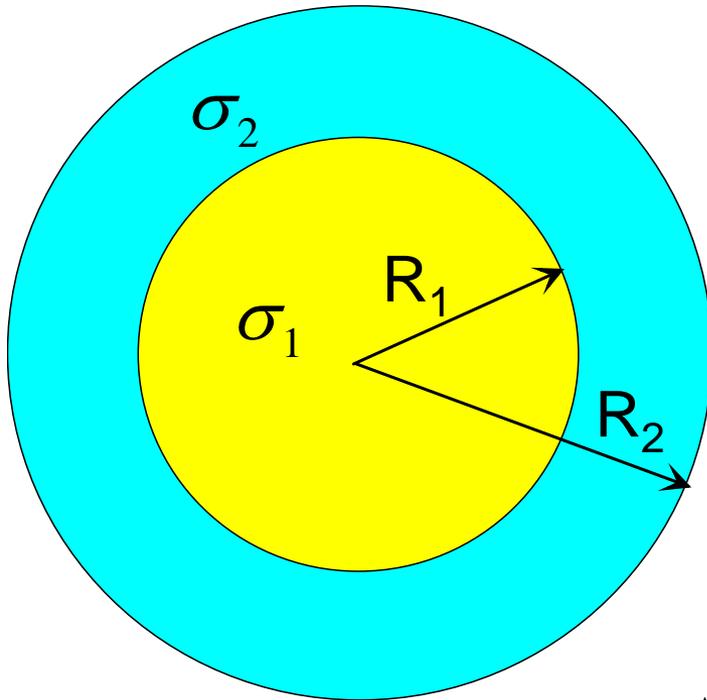
«Структурные»



«Сложные»



# ОТСУТСТВИЕ ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИМЕТРИИ (t-эквивалентность)



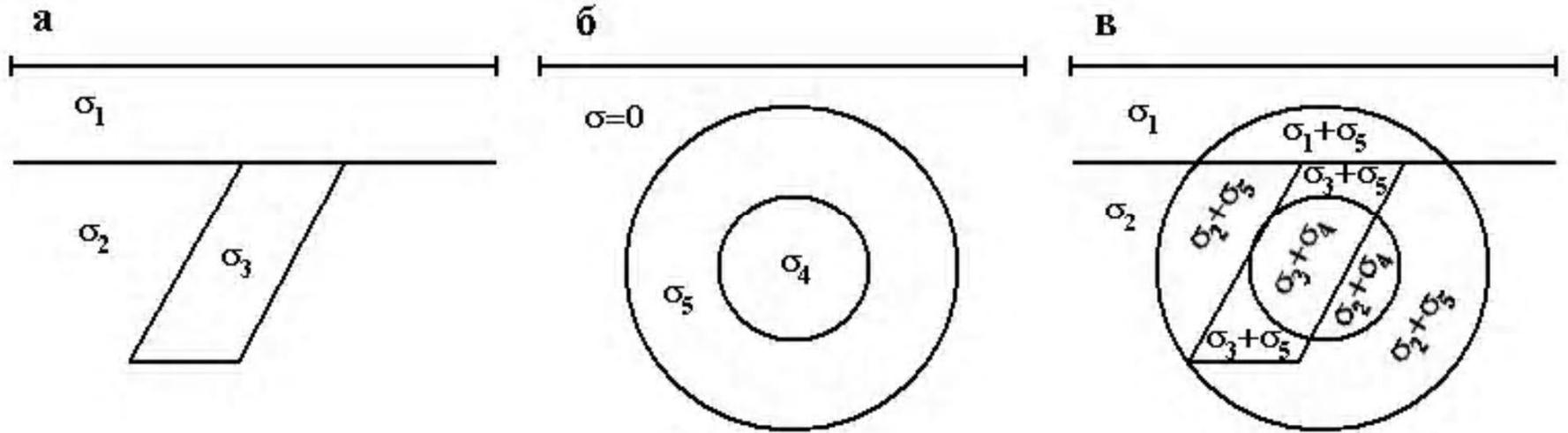
$$M = \sigma_1 \frac{4\pi}{3} R_1^3 = \sigma_2 \frac{4\pi}{3} R_2^3$$

$$\sigma_1 > \sigma_2$$

После исключения внутреннего шара из внешнего получим тело, генерирующее нулевое внешнее гравитационное поле - **анигилятор**

$$\Delta\sigma(r) = \begin{cases} \sigma_2 - \sigma_1 < 0, & \text{при } r \leq R_1 \\ \sigma_2, & \text{при } R_1 \leq r \leq R_2 \end{cases}$$

# ПОЛУЧЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОГО РАЗРЕЗА ПУТЕМ ПОТОЧЕЧНОГО СЛОЖЕНИЯ ПЛОТНОСТЕЙ С АННИГИЛЯТОРОМ (ПО Ю.И. БЛОХУ)



а) исходный разрез; б) аннигилятор, создающий нулевое anomальное поле; в) суммарный эквивалентный разрез, поле которого абсолютно совпадает с полем исходного разреза

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АННИГИЛЯТОРА: ЛЕММА П.С. НОВИКОВА

Для понимания вопросов единственности большое значение имеет так называемая лемма П.С.Новикова, в соответствии с которой распределение масс, ортогональное к произвольной гармонической функции, не порождает внешнего поля. Пусть  $V$  - конечный объем, ограниченный достаточно гладкой поверхностью  $S$ , и в нем задано распределение масс с плотностью  $\sigma(\xi, \eta, \zeta)$ . Тогда, если для любой функции  $U(\xi, \eta, \zeta)$ , удовлетворяющей уравнению Лапласа в объеме  $V$  и ограниченной на поверхности  $S$ , выполняется условие ортогональности

$$\int_V \sigma(\xi, \eta, \zeta) U(\xi, \eta, \zeta) dV = 0$$

то данное распределение масс не порождает внешнего поля. **Очевидно, множество таких распределений масс - бесконечно.**

# ТЕОРЕМЫ ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

Проведенные многими геофизиками исследования показали, что для обратной задачи гравиразведки в классе однородных замкнутых тел предельно возможна **однопараметрическая** неоднозначность. Это значит, что для получения единственного решения в данном классе необходимо иметь следующий объем априорной информации:

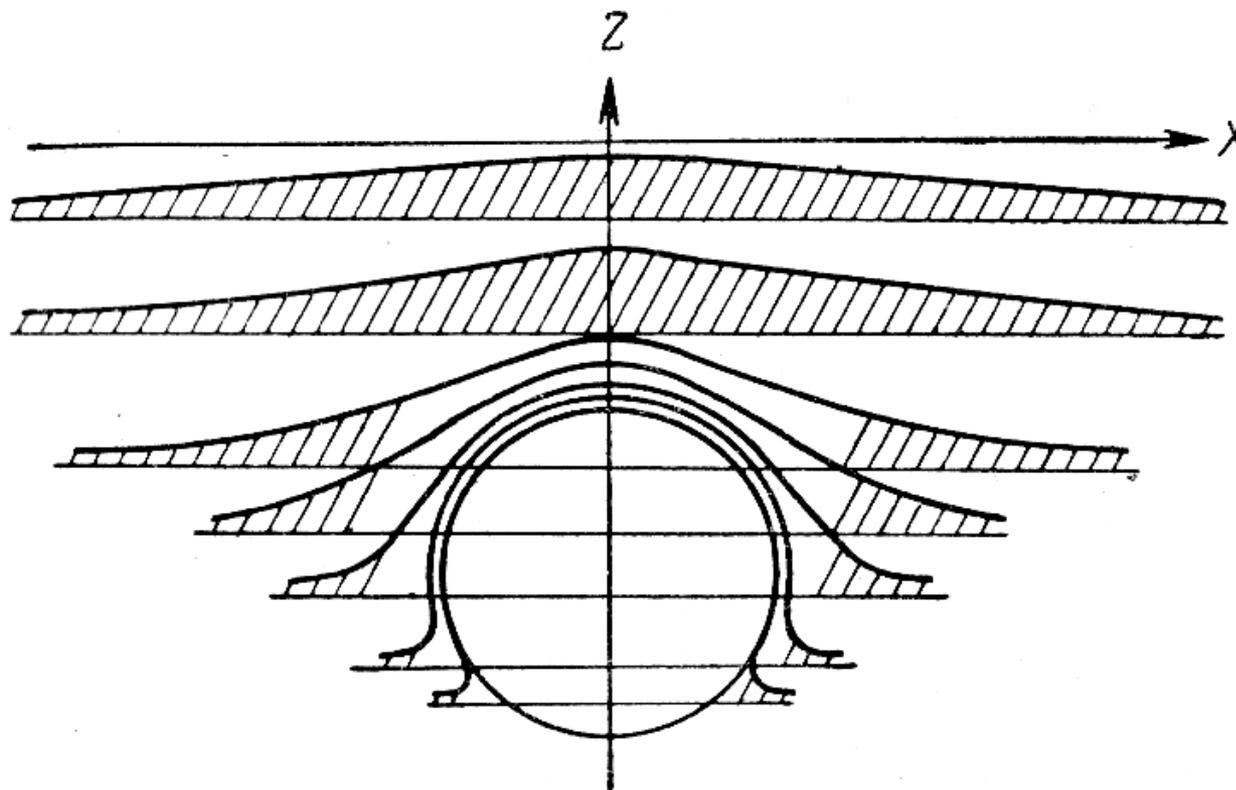
- 1) качественную информацию о том, что интерпретируемая аномалия создается уединенным однородным замкнутым телом;
- 2) количественную информацию об одном из параметров, например о плотности тела или о расположении одной из точек его границы.

Достаточные условия единственности в этом классе дает теорема П.С.Новикова. Он доказал, что **решение обратной задачи гравиразведки единственно в классе уединенных однородных замкнутых тел с известной постоянной избыточной плотностью, звездных относительно заданной точки.** Звездным относительно внутренней точки называется тело, если любой луч, проведенный из данной точки, пересекает поверхность тела лишь единожды. Значение этой теоремы велико, поскольку именно к такому классу относятся многие распространенные модели геологических объектов, в том числе, пласты.

**Теоремы о единственности решения обратных задач весьма слабо связаны с реальной геофизической практикой.** Все эти теоремы доказаны при трёх условиях:

- поле задано точно;
- поле задано на поверхности (или прямой) от  $-\infty$  до  $+\infty$ ;
- поле задано непрерывно.

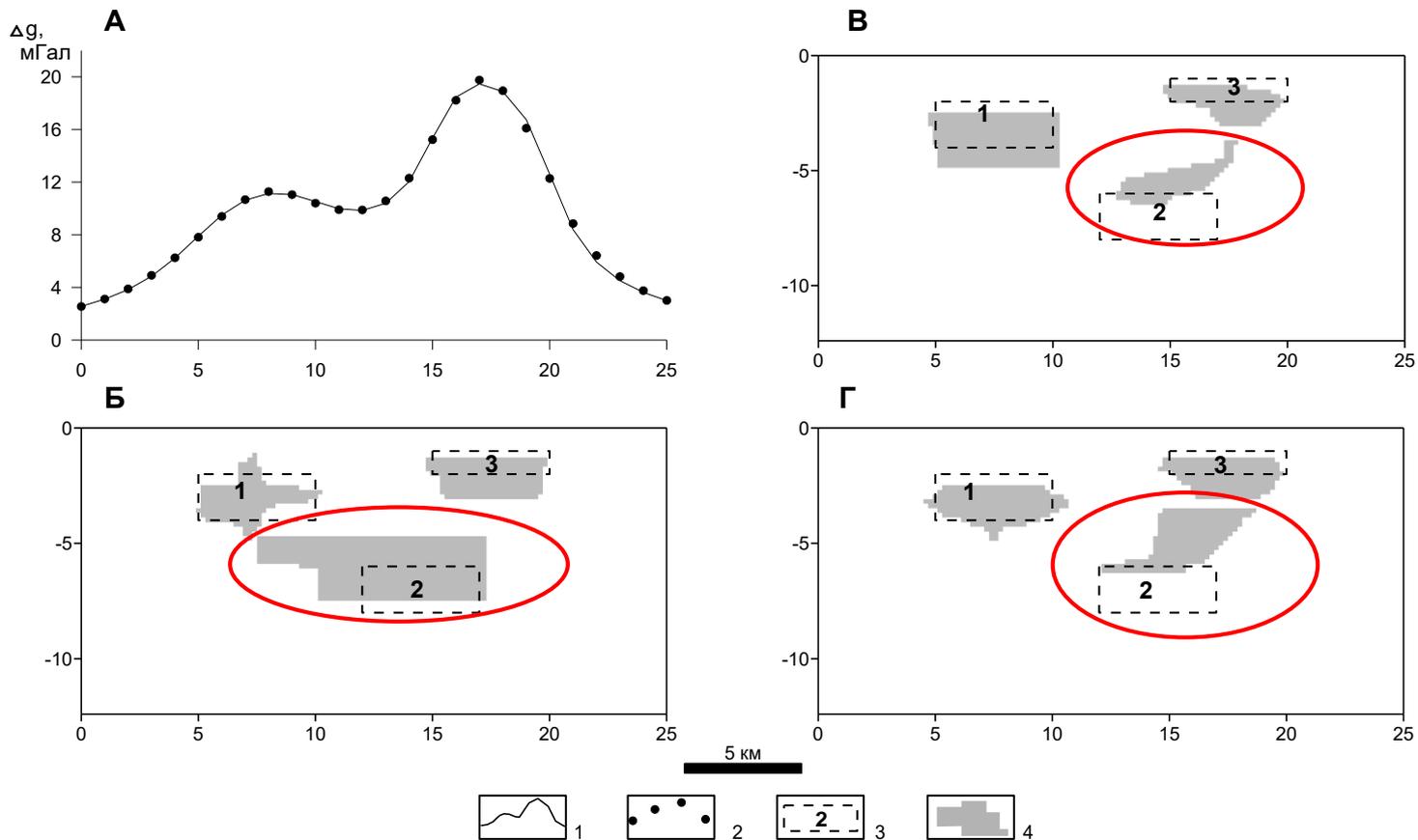
# t-ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПО ВНЕШНЕМУ ПОЛЮ СЕМЕЙСТВА ГРАНИЦ РАЗДЕЛА С ОДИНАКОВЫМ СКАЧКОМ ПЛОТНОСТИ (ПО В.Н. СТРАХОВУ)



Для однозначного решения обратной задачи необходимо знать:

1. значение скачка плотности и  $Z$  асимптоты границы;
2. значение скачка плотности и положение одной точки на границе;
3. положение 2 точек на границе.

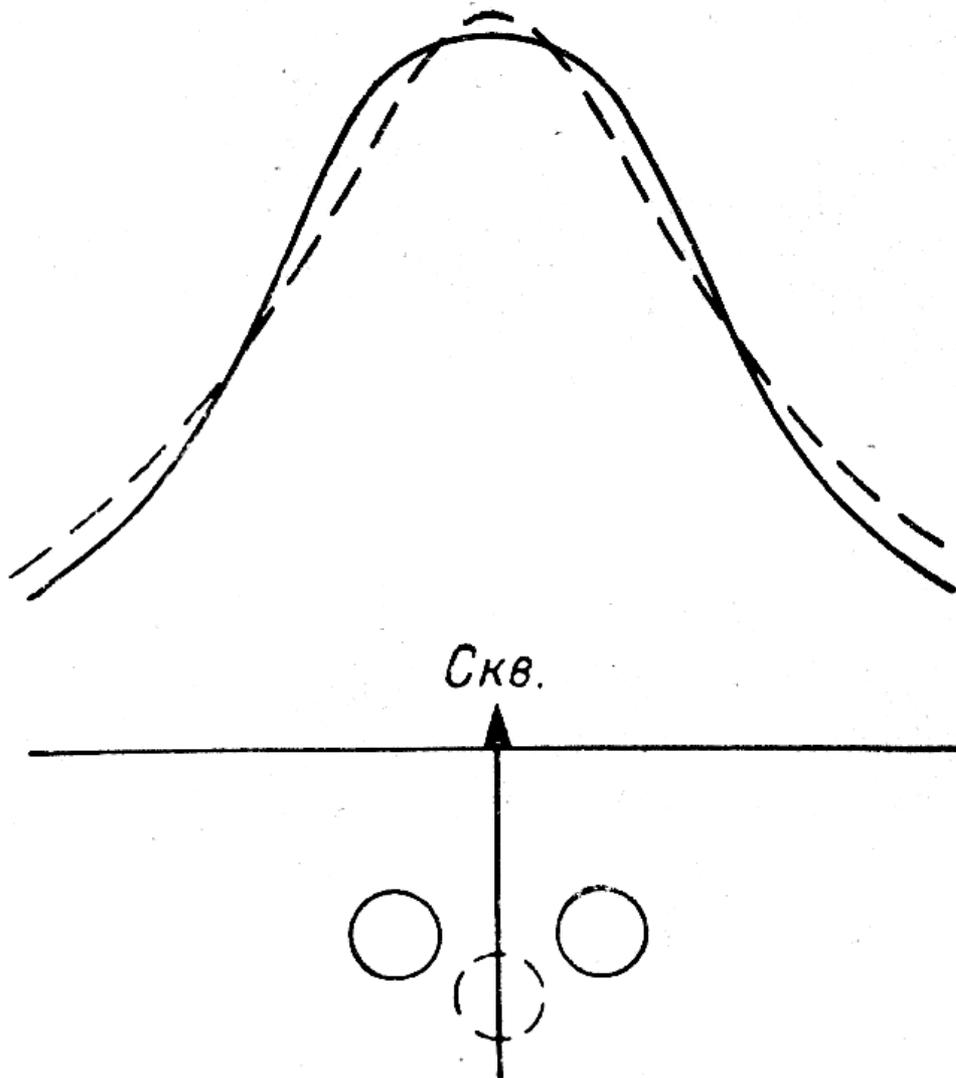
# ε-ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПО ВНЕШНЕМУ ПОЛЮ ЛОКАЛЬНЫЕ ОБЪЕКТЫ С ОДИНАКОВЫМИ ЭФФЕКТИВНЫМИ ПЛОТНОСТЯМИ



## Результаты решения обратной задачи гравirazведки:

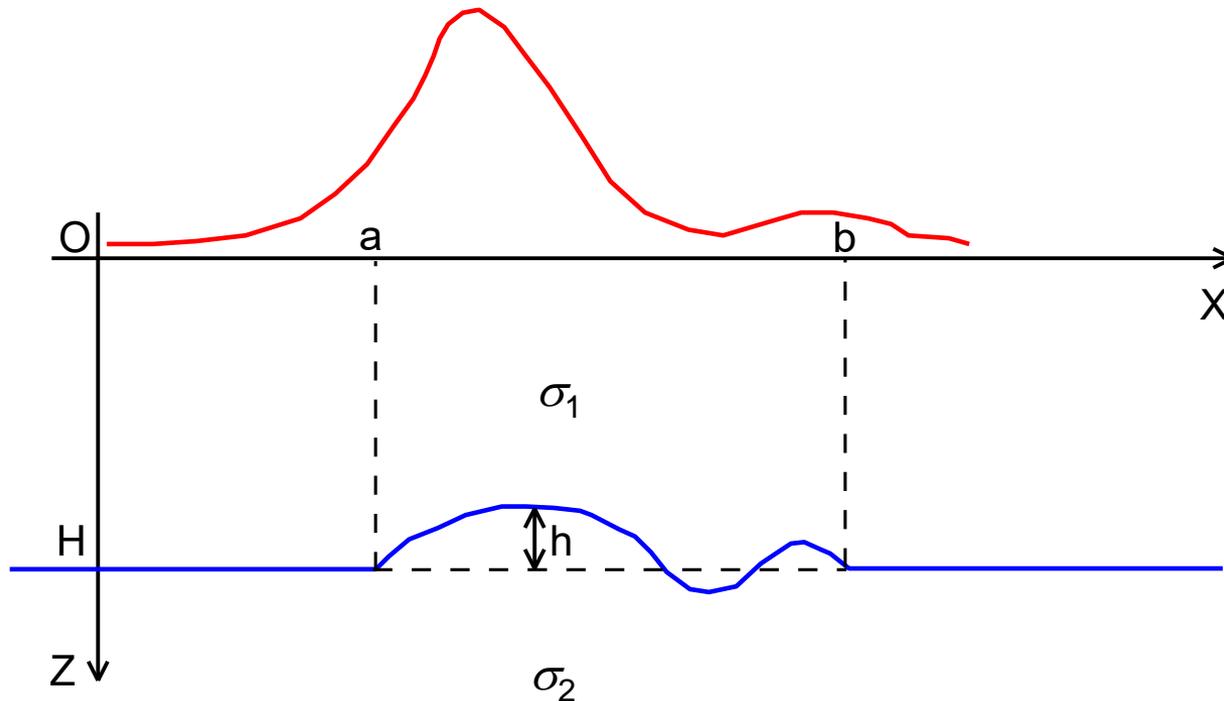
А– графики наблюдаемого и модельного полей; Б, В, Г - геоплотностные разрезы, отвечающие невязке полей менее 1.5% от максимальной амплитуды поля: 1 – график наблюдаемого поля; 2 – дискретные значения модельного поля; 3 – аномалиеобразующие тела, их номера; 4 – подобранные конфигурации

# СОЧЕТАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ С ЛОЖНОЙ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИЕЙ



Пример ошибочного предположения о том, что гравитационная аномалия от двух горизонтальных круговых цилиндров обусловлена одним телом (по Н.Н. Боровко)

## ПРИМЕР ОТСУТСТВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ (ПО А.Н. ТИХОНОВУ)



Среда состоит из масс с плотностями  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ . Избыточная плотность на границе раздела  $\sigma$  равна разности  $\sigma = \sigma_2 - \sigma_1$ . Положим, что массы разделены границей  $z = z(x)$ . Эту функцию представим следующим образом: на оси абсцисс отметим отрезок  $[a, b]$ . Пусть  $z = H$ , если  $x < a$  либо  $x > b$  и  $z = H - h(x)$ , если  $a \leq x \leq b$ . Аномалия силы тяжести:

$$\Delta g = \int_a^b \int_{H-h(\xi)}^H \frac{\zeta d\xi d\zeta}{(\xi - x)^2 + \zeta^2} = k\sigma \int_a^b \ln \frac{(\xi - x)^2 + H^2}{(\xi - x)^2 + (H - h(\xi))^2}$$

Рассмотрим случай, когда  $h(x) \ll H$ :

$$f\left(\frac{h}{H}\right) = \ln \frac{1 + \left(\frac{\xi - x}{H}\right)^2}{\left(\frac{\xi - x}{H}\right)^2 + \left(1 - \frac{h}{H}\right)^2} = f(0) + f'(0) \frac{h}{H} = \frac{2hH}{(\xi - x)^2 + H^2}$$

Теперь приходим к соотношению:

$$\Delta g(x) = 2k\sigma \int_a^b \ln \frac{Hh(\xi)d\xi}{(\xi - x)^2 + H^2}$$

Задача сводится к линейному интегральному уравнению Фредгольма 1-го рода:

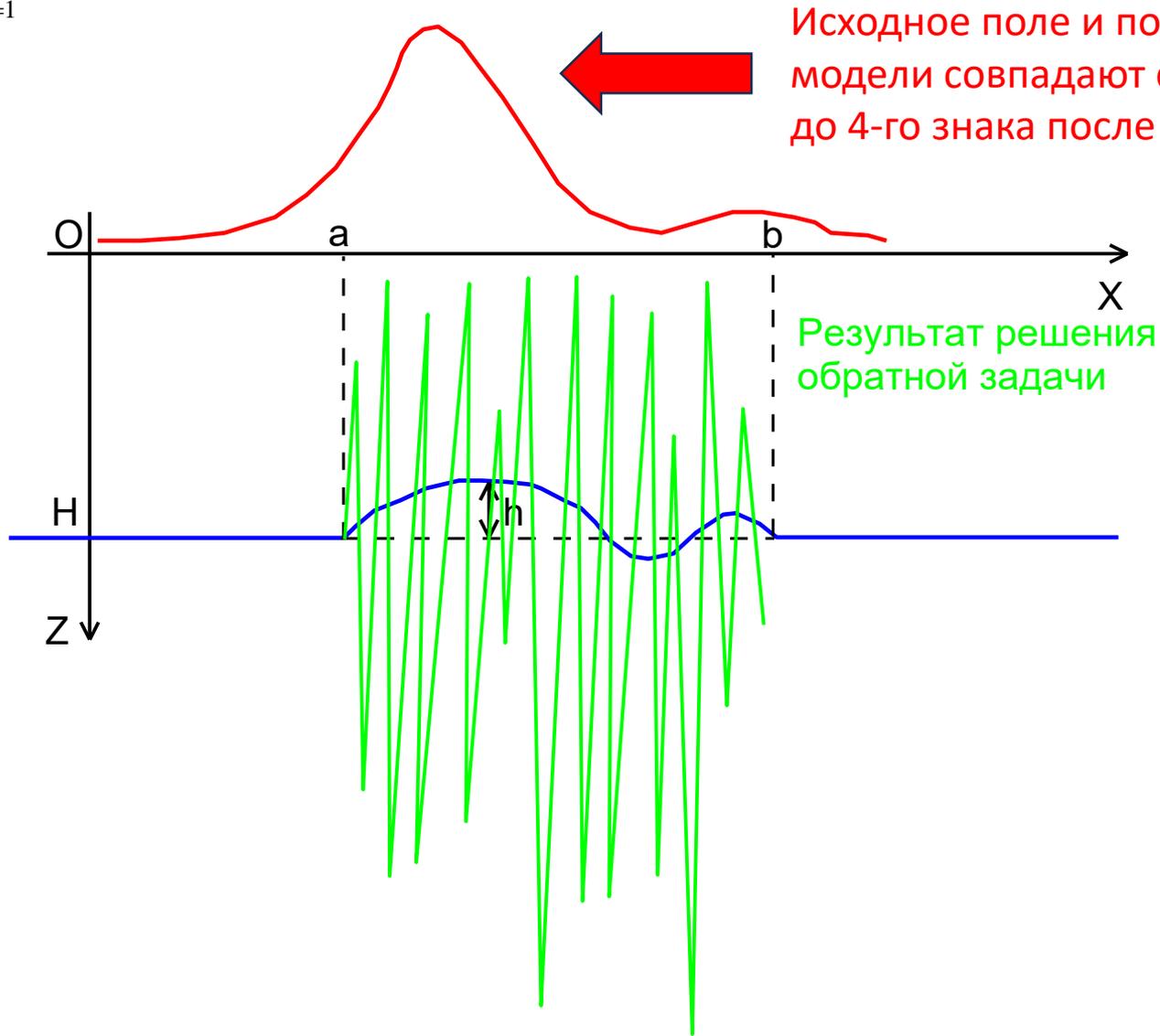
$$\int_a^b K(x, \xi)h(\xi)d\xi = u(x), \quad u(x) = \frac{\Delta g(x)}{2k\sigma}$$

Интеграл в уравнении заменяют интегральной суммой. Это отвечает разбиению отрезка  $[a, b]$  на  $n$  равных частей, при точное уравнение заменяется приближенным:

$$\sum_{j=1}^n K(x, \xi_j)h_j \Delta s = u(x)$$

Если задать anomalous поле в  $m$  точках, то уравнение Фредгольма переписывается как система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно  $h_j$ :

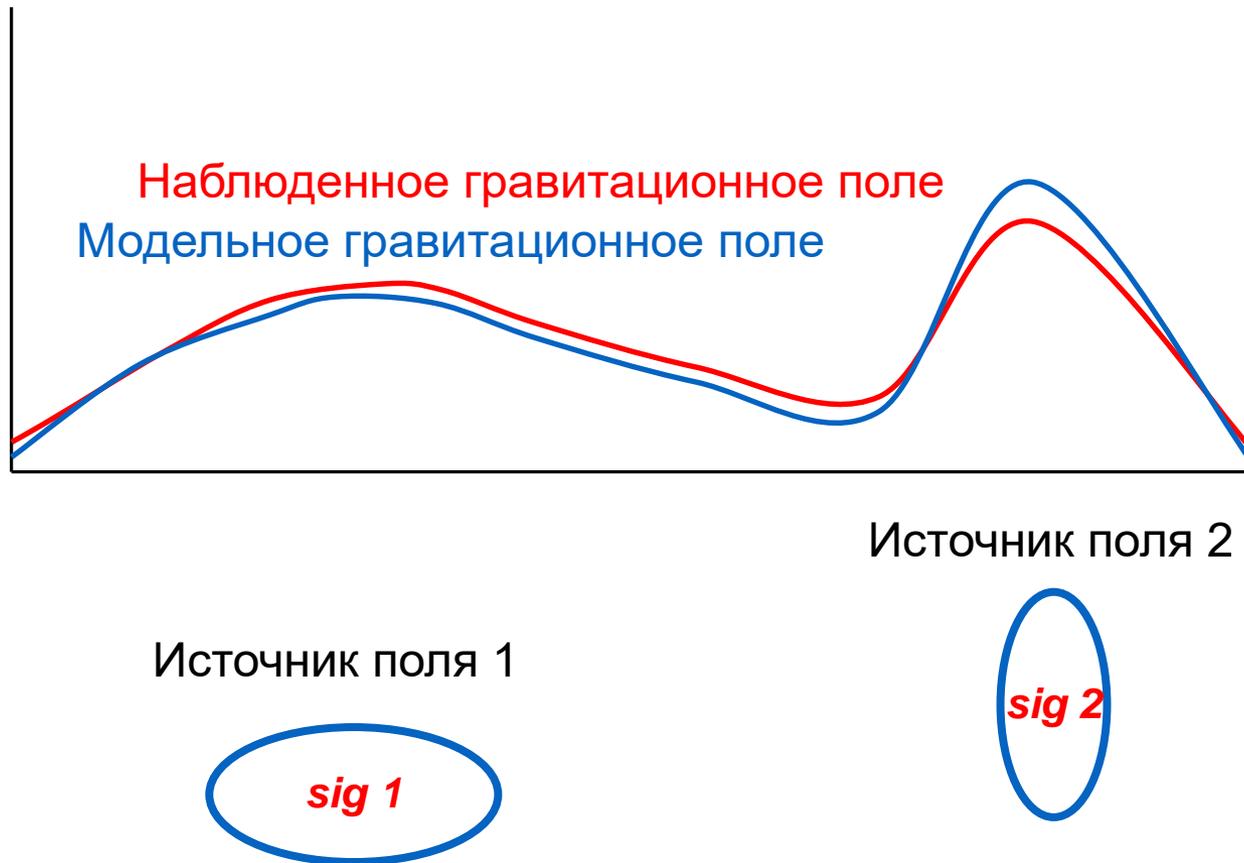
$$\sum_{j=1}^n K(x_j, \xi_j) h_j \Delta s = u(x_j), \quad j = 1, 2, \dots, m$$



# ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ - ОСНОВНОЙ ИНСТРУМЕНТ ТЕСТИРОВАНИЯ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГЕОФИЗИКИ

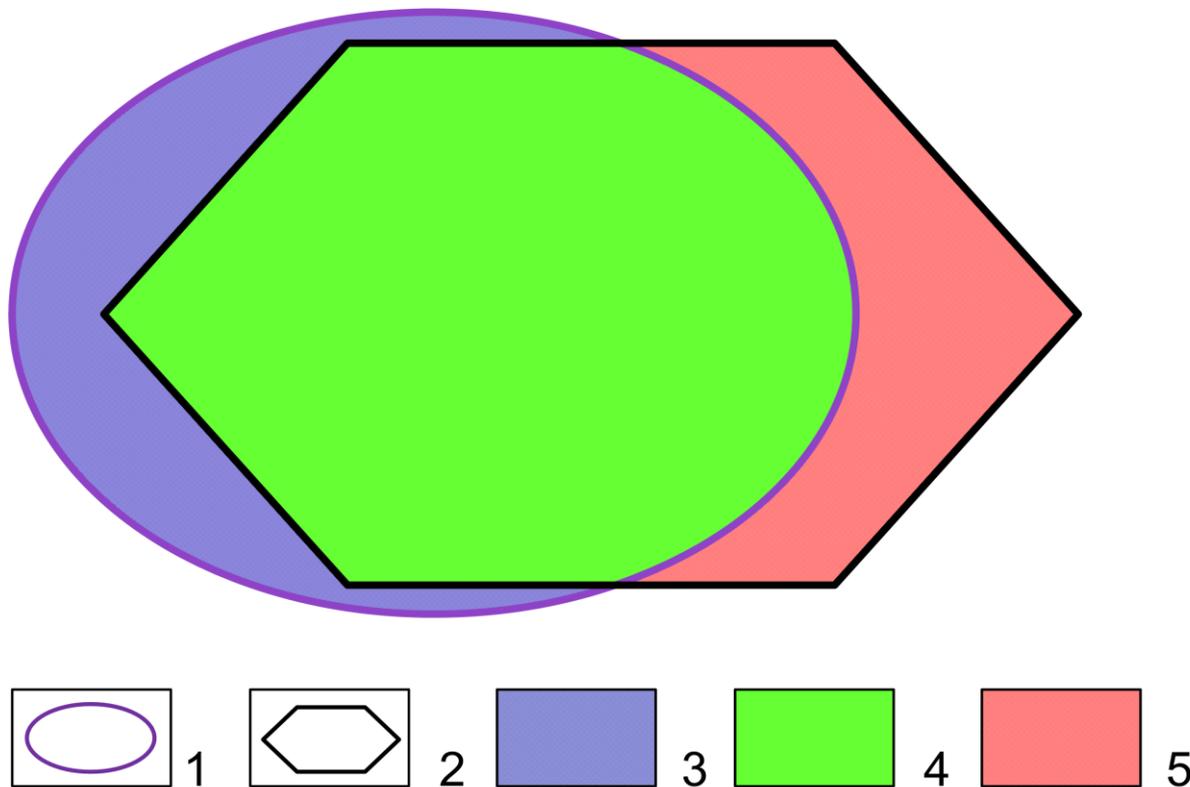
1. Создание набора адекватных реальности числовых моделей изучаемого фрагмента геологической среды или геологического объекта;
2. Расчет аномальных эффектов для каждой из построенных моделей путем решения прямой задачи геофизики;
3. Осложнение полученных модельных полей искусственной помехой с некоторыми ожидаемыми на практике параметрами;
4. Решение целевых задач интерпретации для полученного набора данных, имитирующих изучаемый фрагмент среды или объект;
5. Сопоставление результатов, полученных для набора различных моделей и помех во входных данных
6. Оценку на качественном уровне надежности и точности решения поставленной задачи

# ПОСТАНОВКА НЕЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИМЕТРИИ «РУДНОГО» ТИПА



По наблюдаемым значениям **гравитационного поля** и известным значениям плотности источников **sig** поля требуется найти их **пространственное положение и форму**

## ЧТО ТРЕБУЕТСЯ ОТ РЕЗУЛЬТАТОВ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ?



**Информационная модель, отражающая взаимосвязь аномалиеобразующего объекта и решения обратной задачи гравиразведки:**

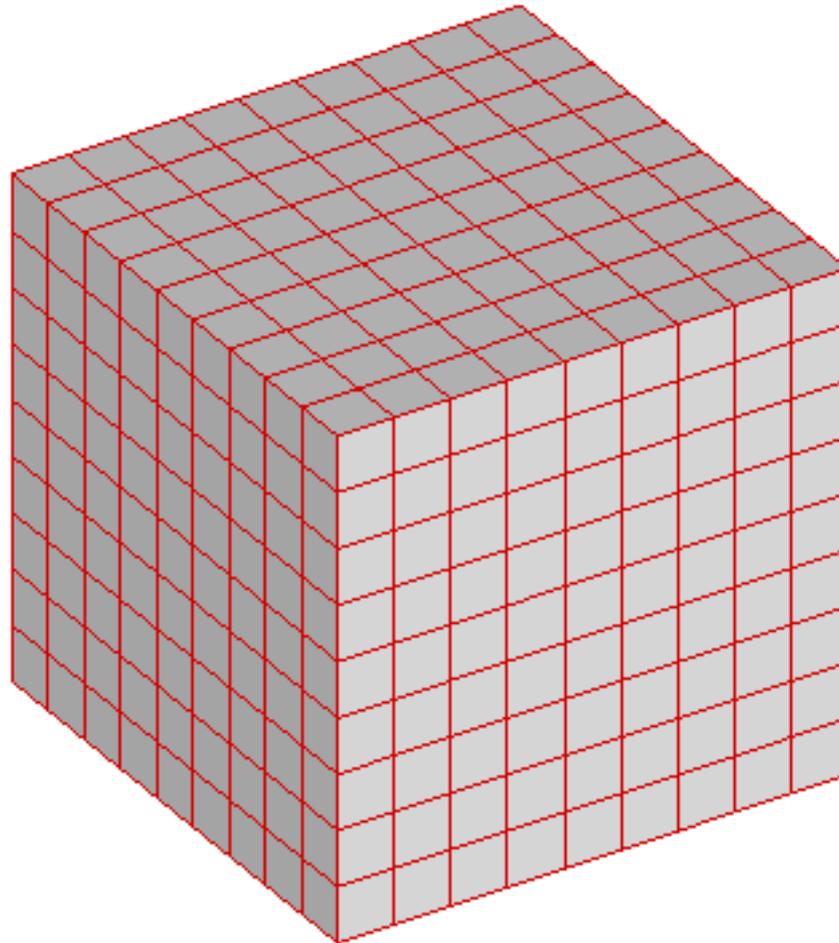
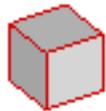
1 - геологический объект (источник поля); 2 - модельный носитель масс;  
информация: 3 - потерянная, 4 - скрытая достоверная, 5 - ложная.

# МОНТАЖНЫЙ КЛАСС ИСТОЧНИКОВ ПОЛЯ

Под монтажными классами источников поля понимают множество всевозможных распределений тяготеющих масс, размещенных по конфигурационным областям типа  $\Omega = \Omega(A) = \bigcup T_\alpha$ ,  $\alpha \in A$  составленным из произвольного числа монтажных элементов  $T_\alpha$  и удовлетворяющим определенным априорным ограничениям, прежде всего условиям связности и односвязности. Предполагается, что совокупность монтажных элементов образует замощение достаточно обширной части нижнего полупространства, заведомо содержащего источники поля. Монтажные элементы представляют собой тела правильной геометрической формы. Основные операции в сеточных классах выполняются с использованием понятий ядра  $Я[\Omega]$ , оболочки  $О[\Omega]$  и границы конфигурации  $\Gamma[\Omega]$ .

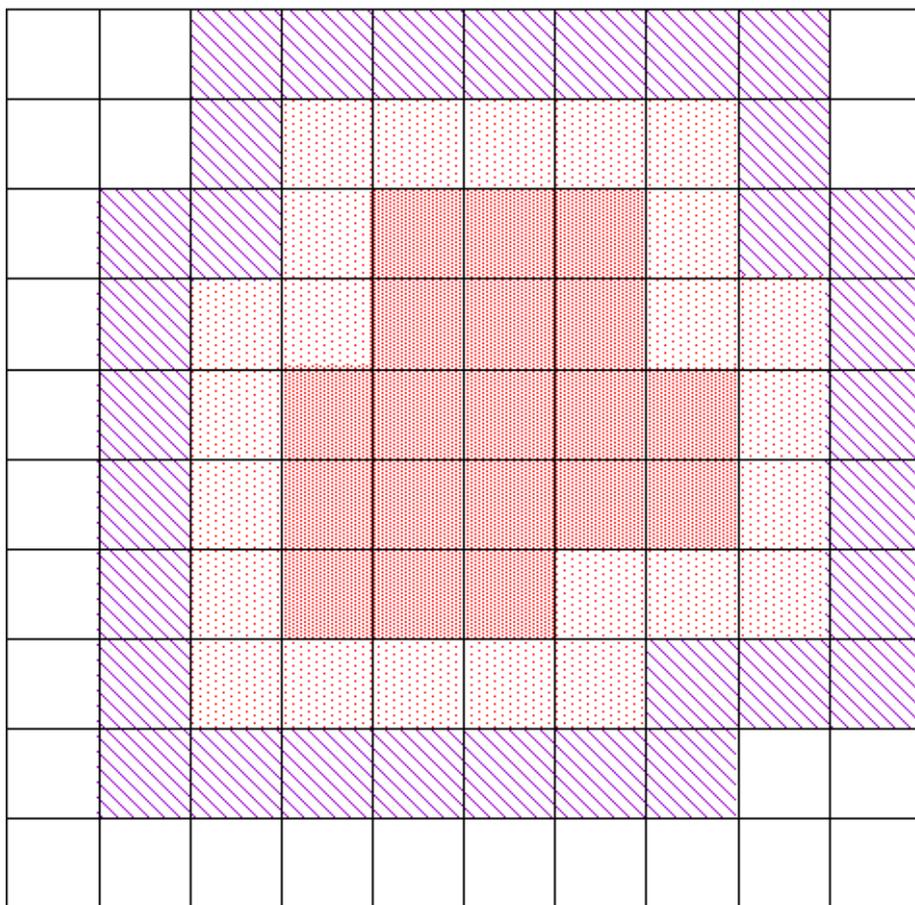
# МОДЕЛЬ ФРАГМЕНТА ГЕОПЛОТНОСТНОЙ СРЕДЫ, ПОСТРОЕННАЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ ЗАМОЩЕНИЯ КУБИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Элемент  
замощения  $T_\alpha$

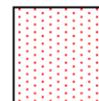


КОНФИГУРАЦИОННЫЙ НОСИТЕЛЬ МАСС  $\Omega = \bigcup_V T_\alpha$ ,  $\sigma(T_\alpha) = C$ ,  $C \neq 0$

# ВЕРТИКАЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ ФРАГМЕНТА ЗАМОЩЕНИЯ, СОДЕРЖАЩЕГО МОДЕЛИРУЕМЫЙ ОБЪЕКТ $\Omega_\alpha$



Элемент замощения  $T_\alpha$



+



Ядро конфигурации  $Y[\Omega_\alpha]$

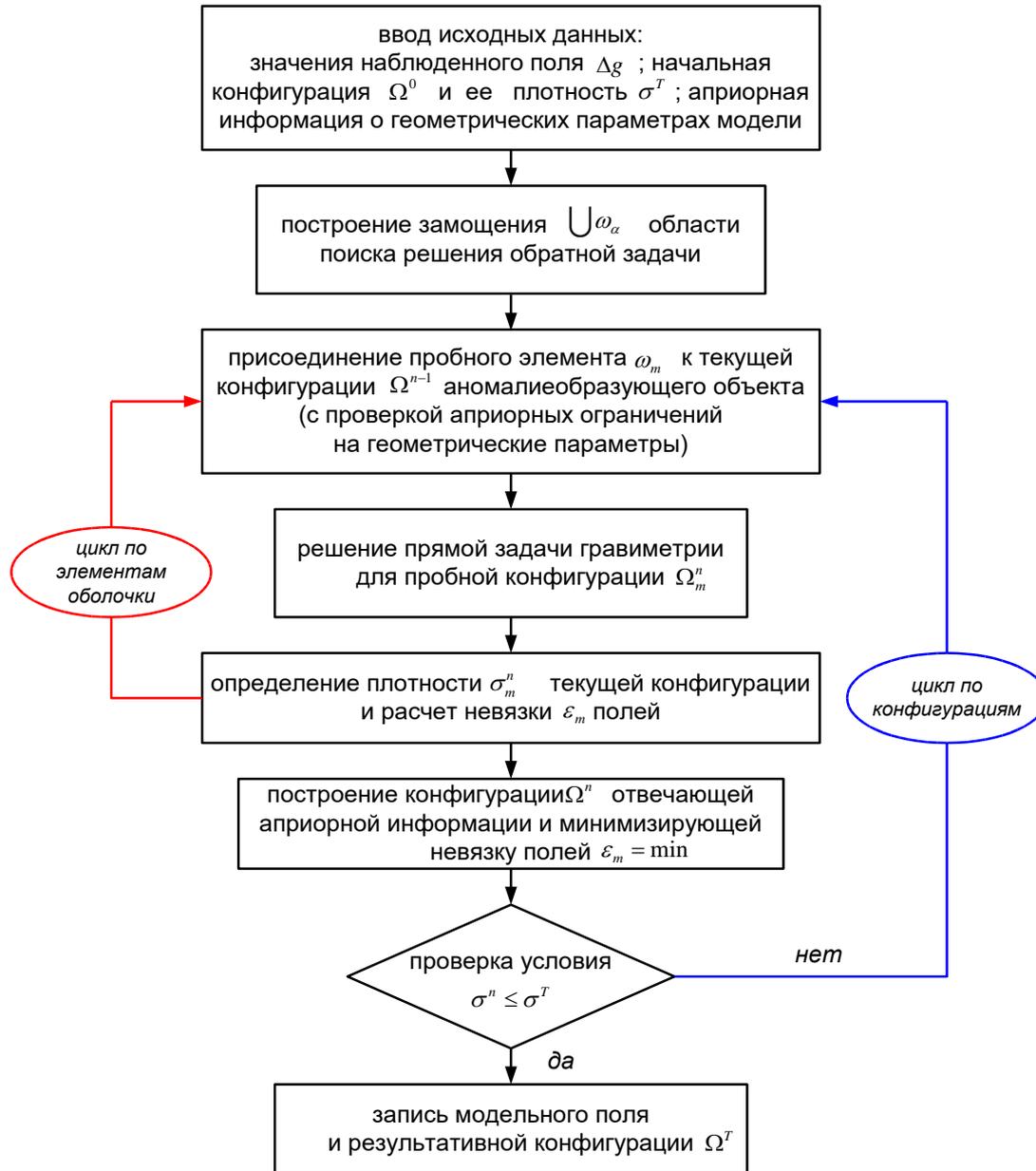


Оболочка конфигурации  $O[\Omega_\alpha]$

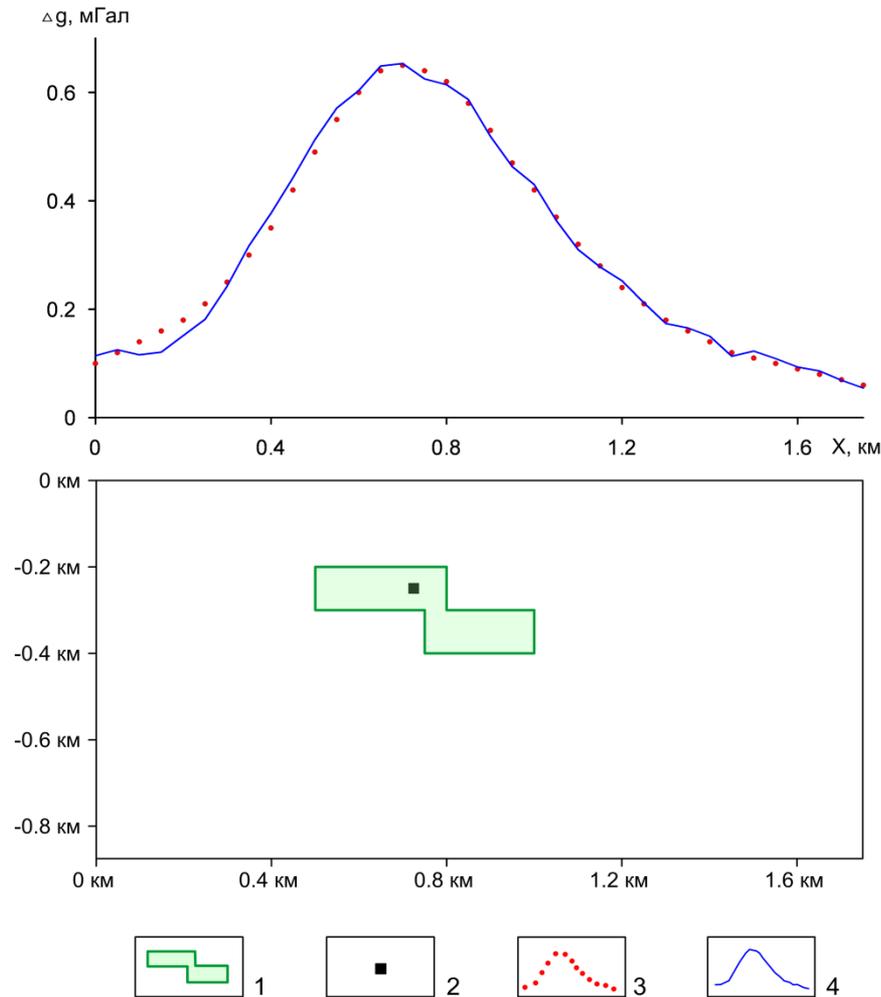


Граница конфигурации  $\Gamma[\Omega_\alpha]$

# БЛОК-СХЕМА АЛГОРИТМА РНК

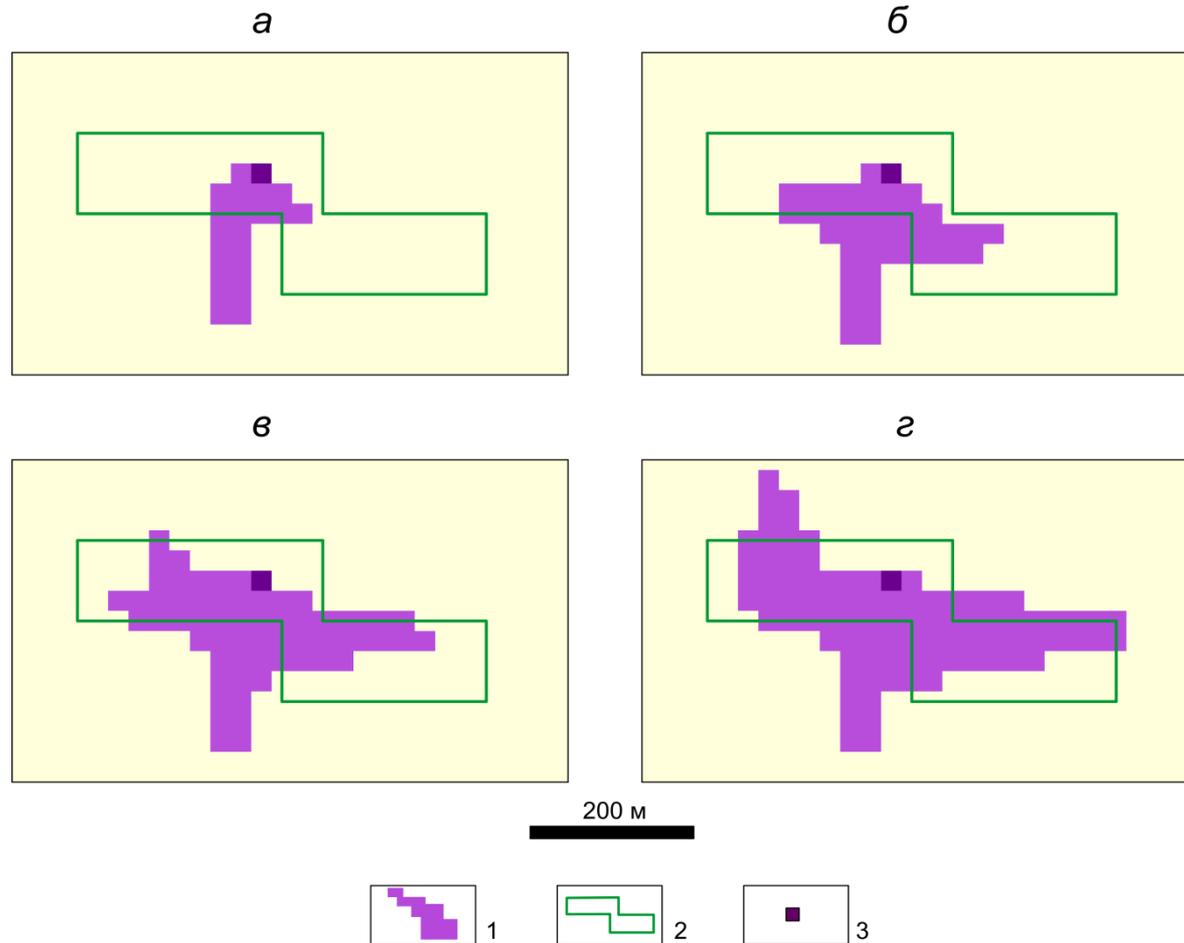


# РЕШЕНИЕ 2D ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИРАЗВЕДКИ МЕТОДОМ РНК. МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР



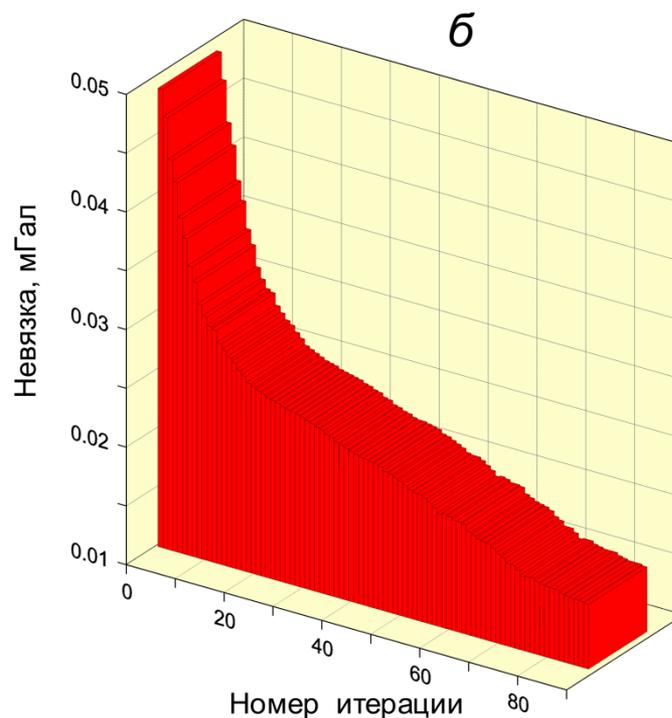
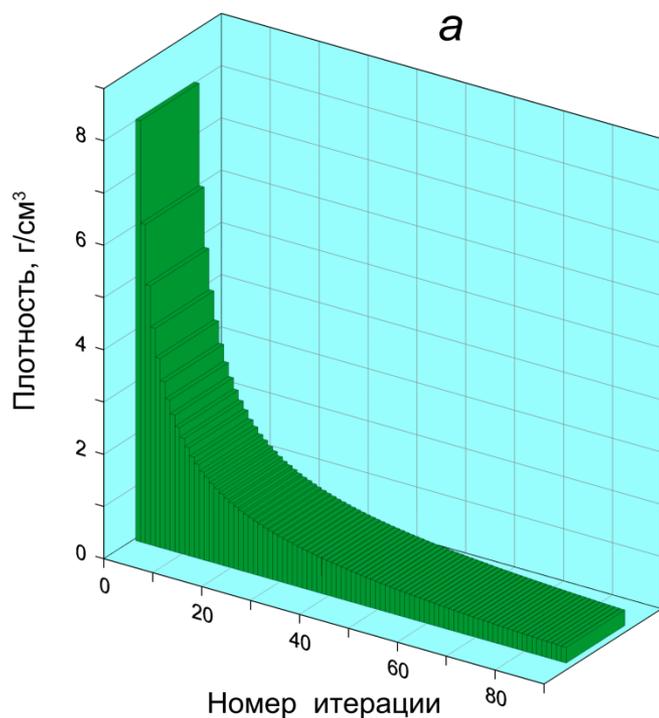
. Геоплотностная модель: 1 - аномалиеобразующая призма; 2 - центр кристаллизации; 3 - точное поле ; 4 – заданное поле

# РЕШЕНИЕ 2D ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИРАЗВЕДКИ МЕТОДОМ РНК. МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР



Характеристики текущих приближений к решению обратной задачи методом РНК: а - 20 итераций; б - 40 итераций; в - 60 итераций; г - результат интерпретации, 88 итераций: 1 - подобранная модель; 2 - аномалиеобразующая призма; 3 - центр кристаллизации

# РЕШЕНИЕ 2D ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИРАЗВЕДКИ МЕТОДОМ РНК. МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР



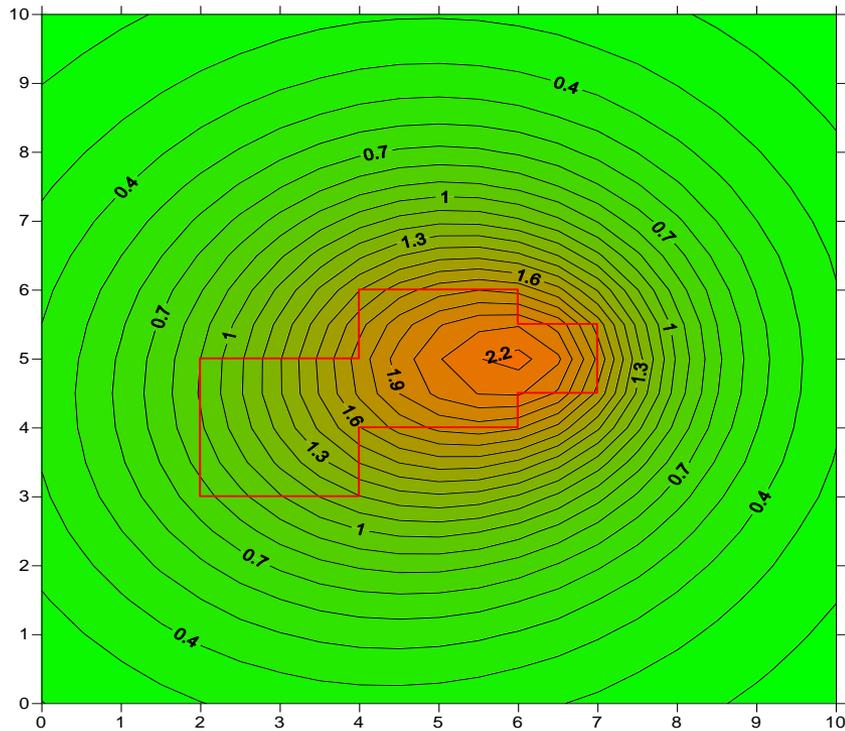
Графики поведения невязки и плотности масс, распределенных по конфигурации  $\Omega$ , полученные при решении обратной задачи гравirazведки методом РНК

# РЕШЕНИЕ 2D ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИРАЗВЕДКИ МЕТОДОМ РНК. МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР

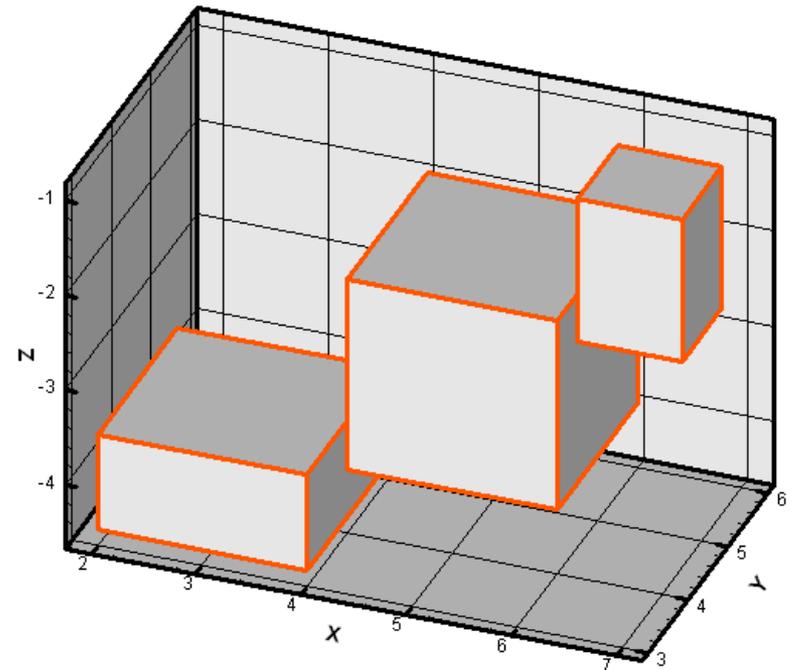
Номер итерации	Плотность тела, г/куб. см	Невязка полей, мГал
20	1.25	0.026
40	0.66	0.023
60	0.44	0.020
88 (результат)	0.3	0.016

# РЕШЕНИЕ 3D ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ: МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР

Гравитационное поле

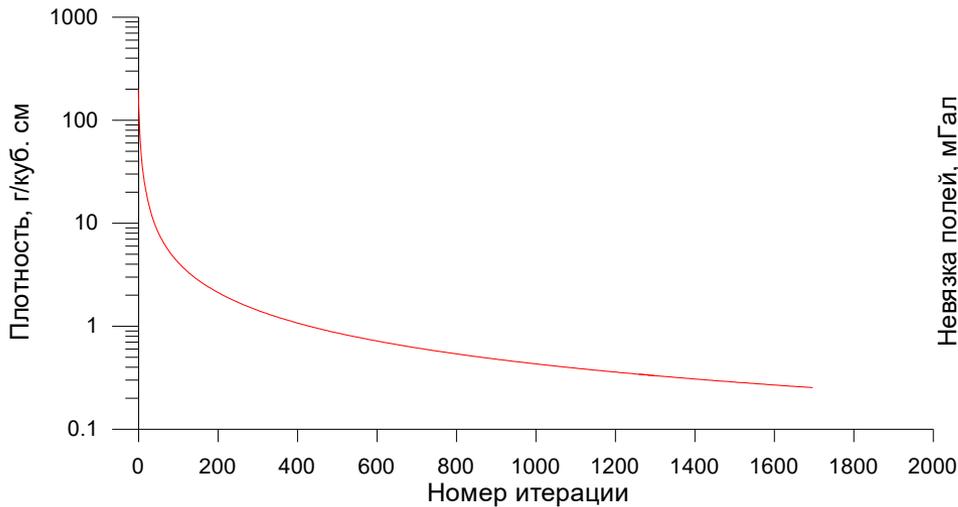


Возмущающий объект

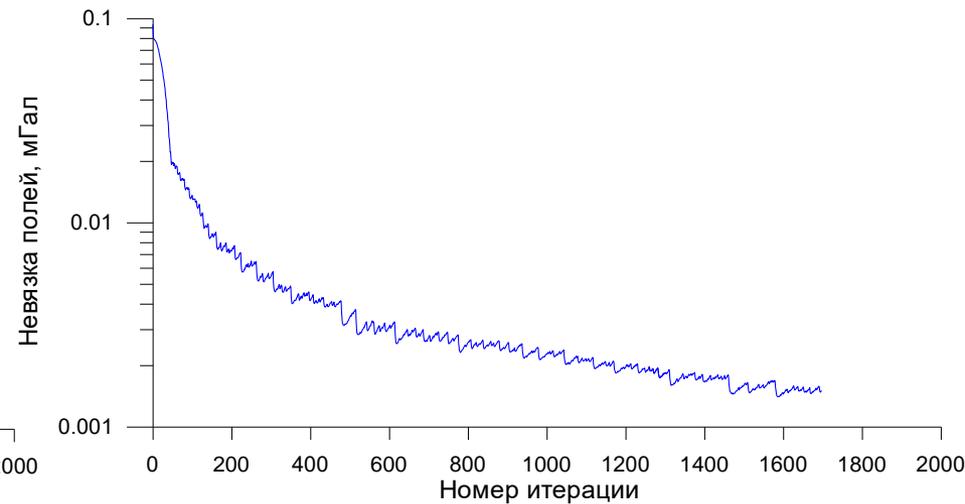


# РЕШЕНИЕ 3D ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ: МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР

Зависимость плотности  
от числа итераций



Зависимость невязки полей  
от числа итераций

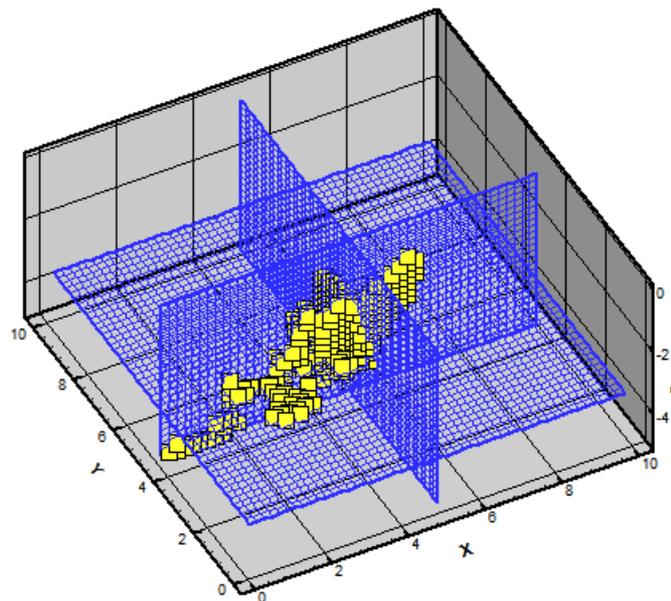
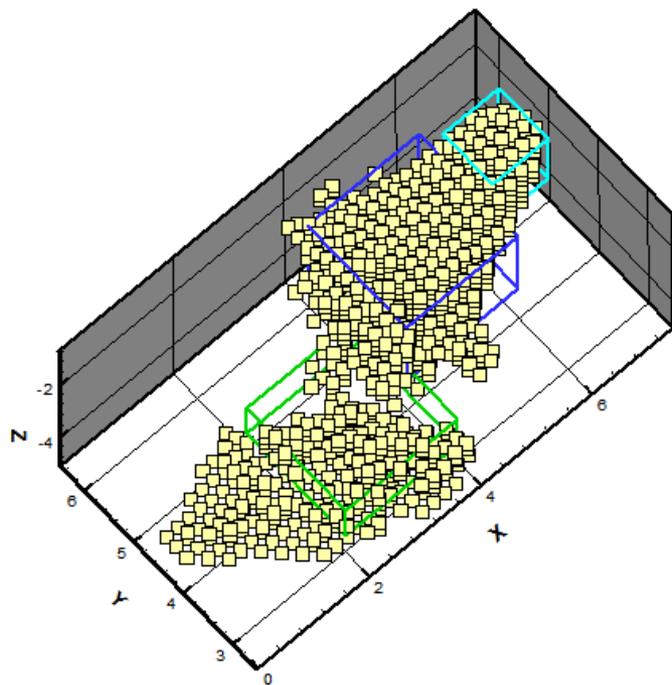
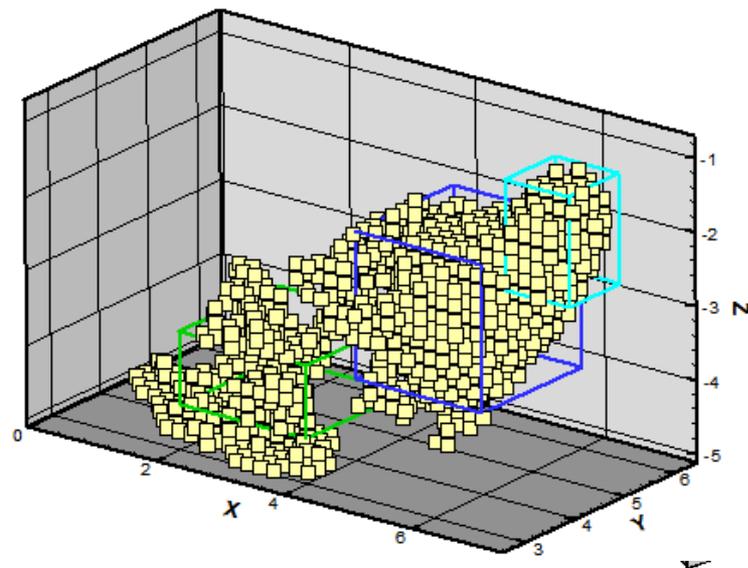
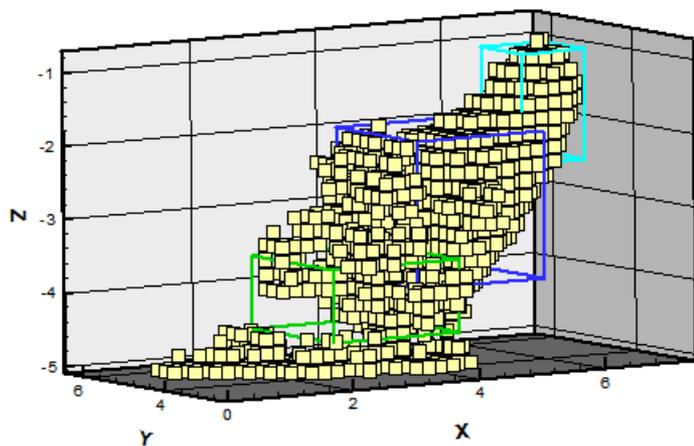


Число итераций: 1698

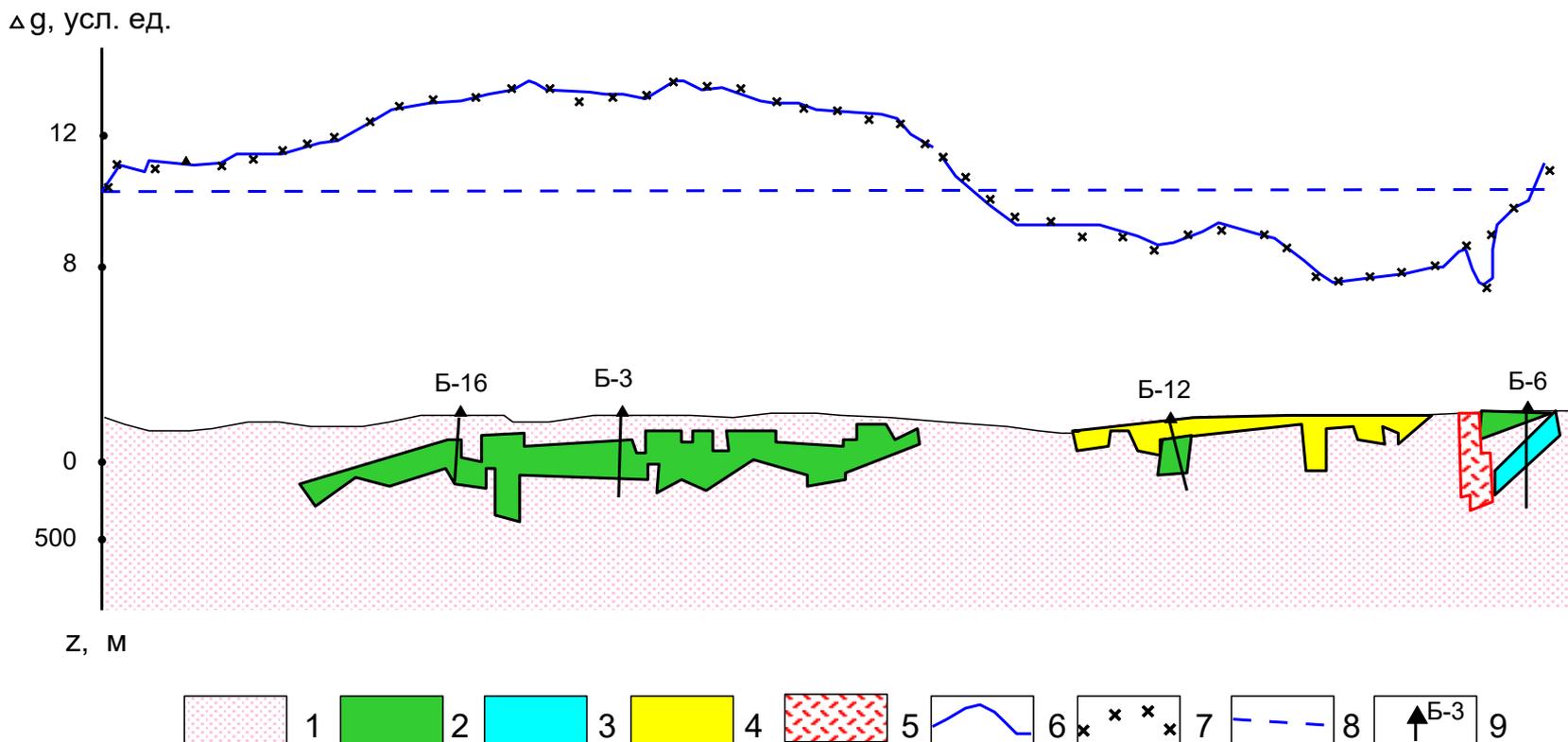
Точность решения: 0.0015 мГал

Время решения задачи: 19 мин 28 сек

# РЕШЕНИЕ 3D ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ: МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР

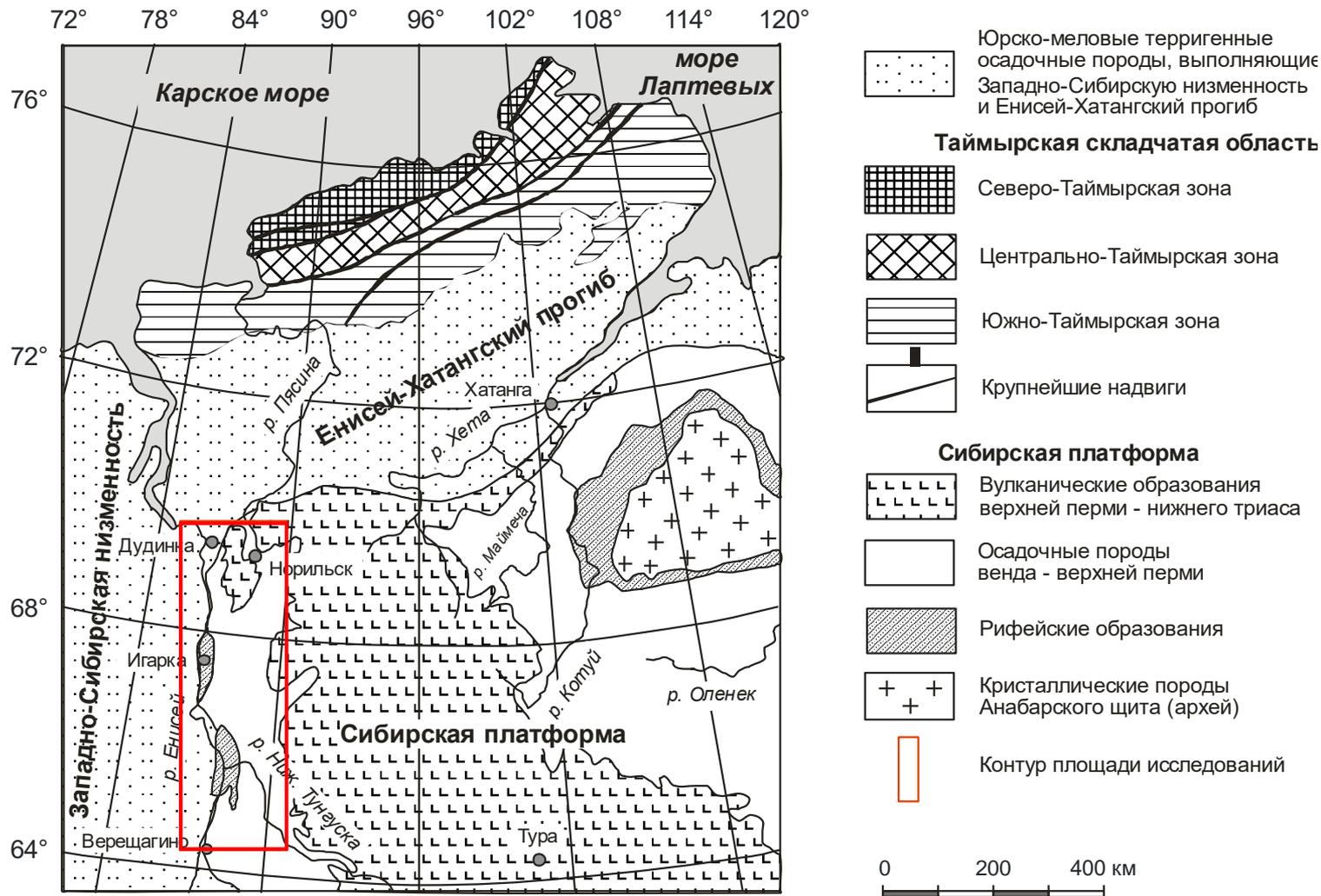


# РЕЗУЛЬТАТЫ 2D-МОДЕЛИРОВАНИЯ ГЕОЛОГИЧЕСКОГО РАЗРЕЗА ПО ГРАВИТАЦИОННОМУ ПОЛЮ ПРИ ПОИСКАХ МЕДНО-НИКЕЛЕВЫХ РУД НА ЦЕНТРАЛЬНОМ ТАЙМЫРЕ

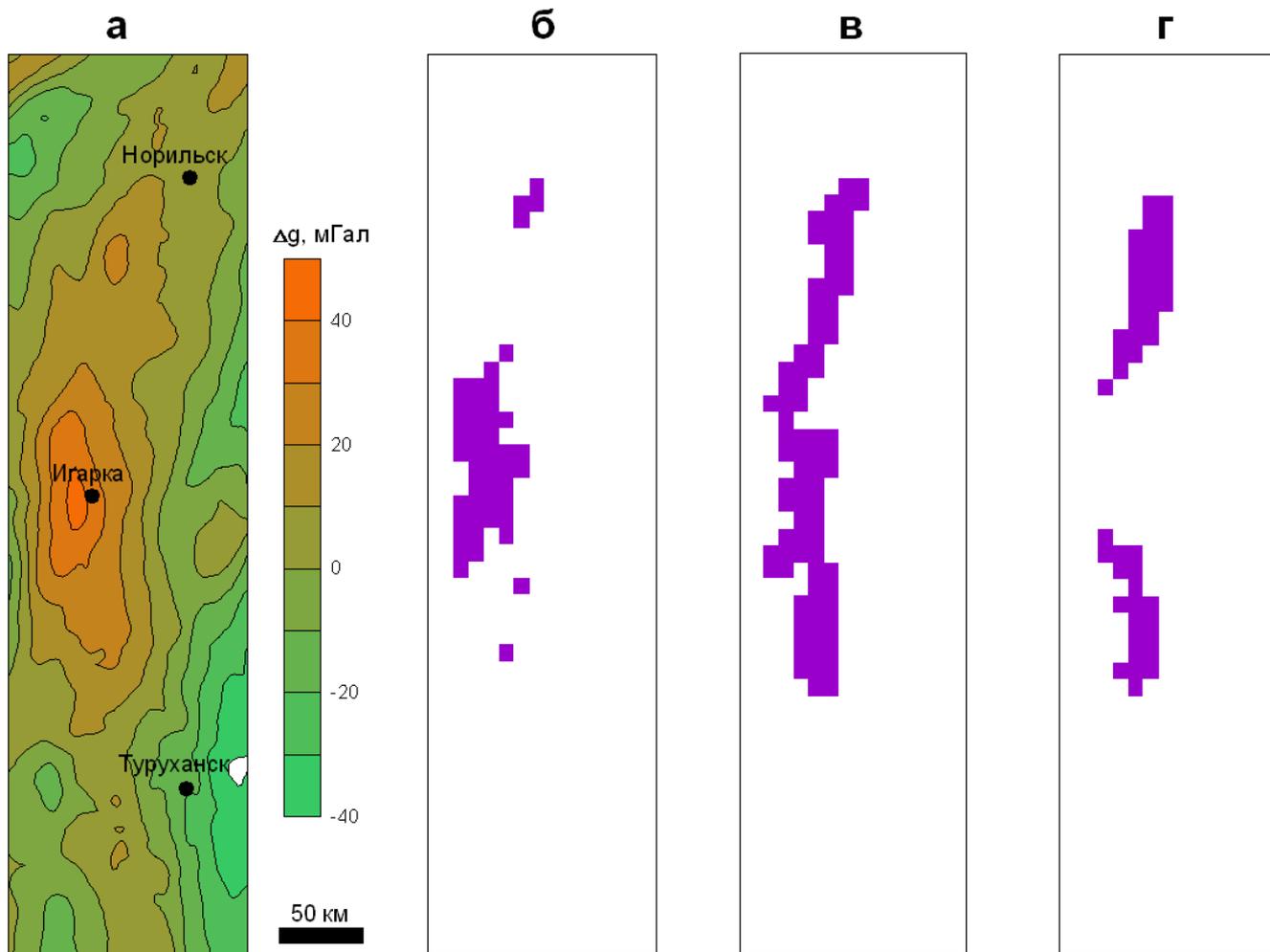


1 - осадочные породы; 2 - интрузии габбро-долеритов; 3 - sillы долеритов; 4 - рыхлые отложения; 5 - зоны дробления горных пород; 6 - исходное поле; 7 - поле подобранной модели; 8 - фоновая составляющая поля; 9 - буровые скважины.

# ОБЗОРНАЯ КАРТА РАЙОНА

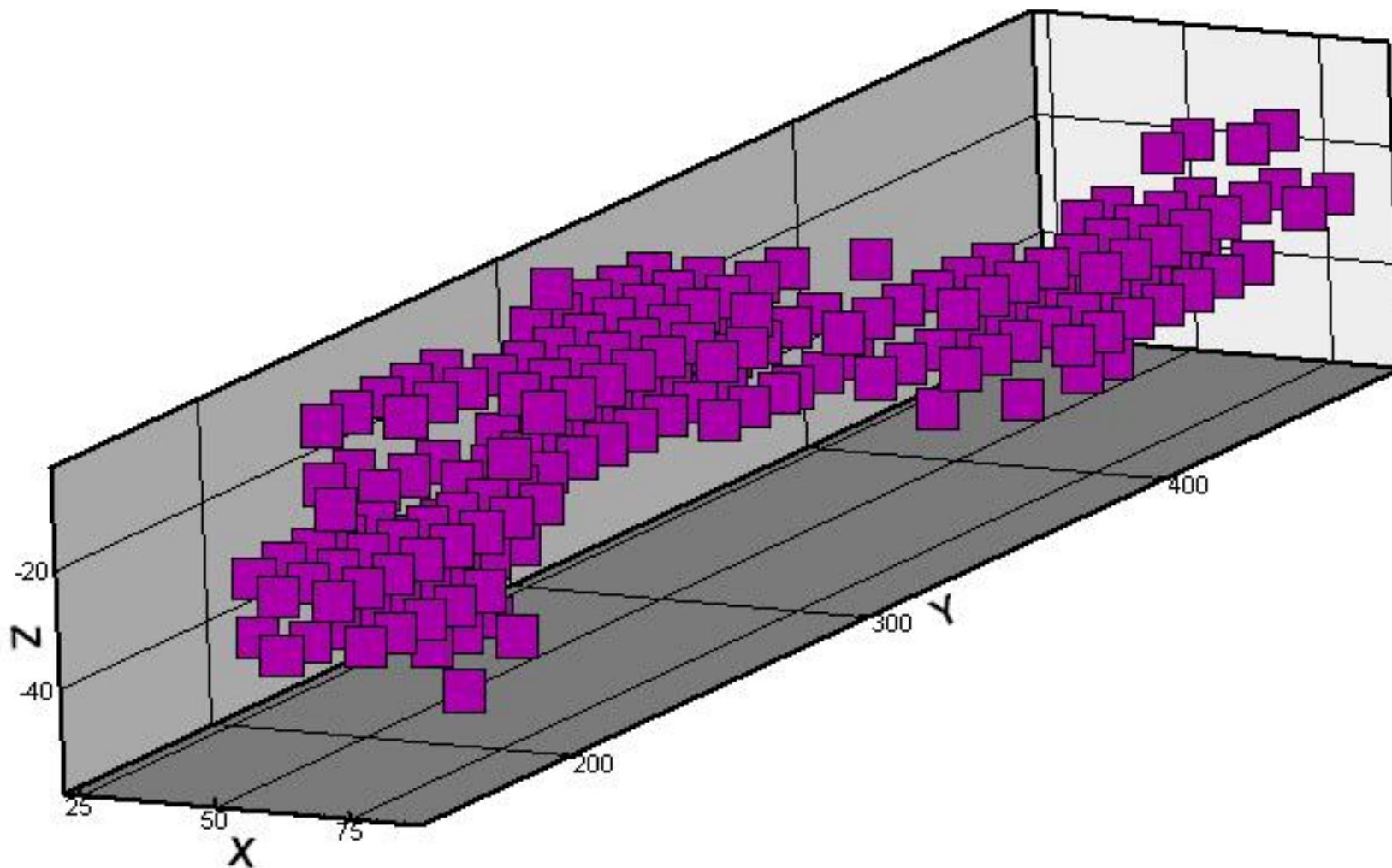


# РЕЗУЛЬТАТЫ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ НОРИЛЬСКО-ИГАРСКО- ВЕРЕЩАГИНСКОЙ АНОМАЛЬНОЙ ЗОНЫ МОНТАЖНЫМ МЕТОДОМ

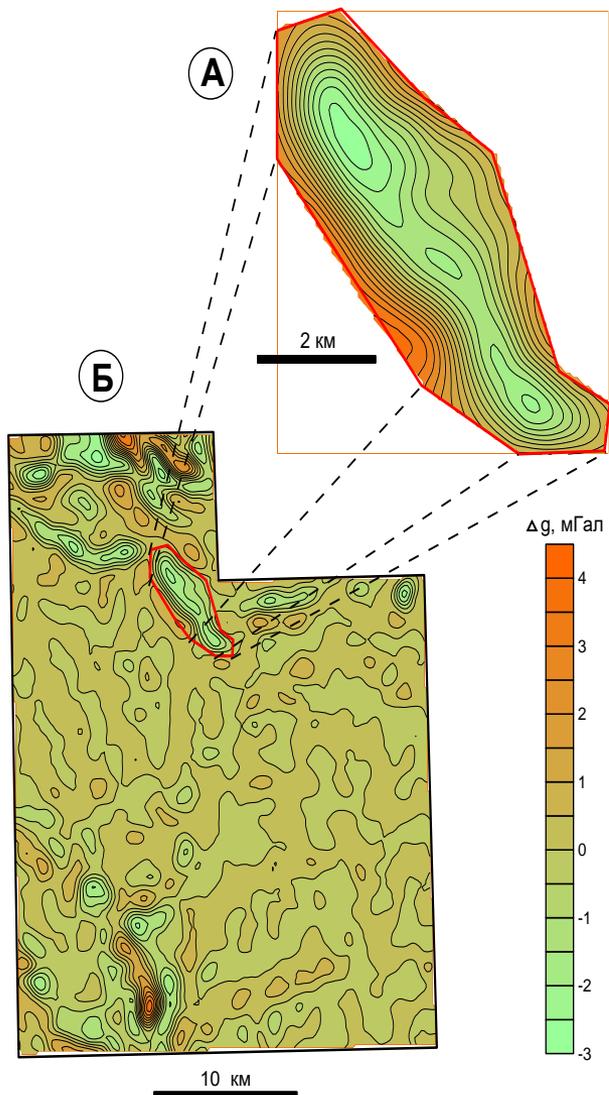


Гравитационное поле на уровне 1.6 км (а); горизонтальные срезы источника аномалии на уровнях 15 км (а), 25 км (б), 35 км (в)

# РЕЗУЛЬТАТЫ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ НОРИЛЬСКО-ИГАРСКО- ВЕРЕЩАГИНСКОЙ АНОМАЛЬНОЙ ЗОНЫ МОНТАЖНЫМ МЕТОДОМ

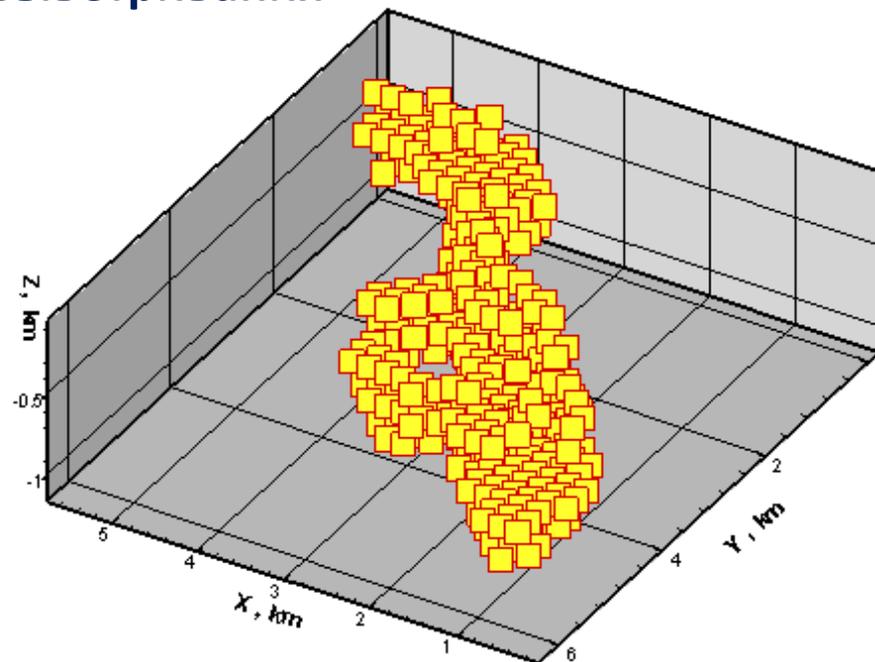


## Локальная аномалия силы тяжести



## ПРАКТИЧЕСКИЙ ПРИМЕР: ПОТЕНЦИАЛЬНО ЗОЛОТОНОСТНЫЙ ОБЪЕКТ

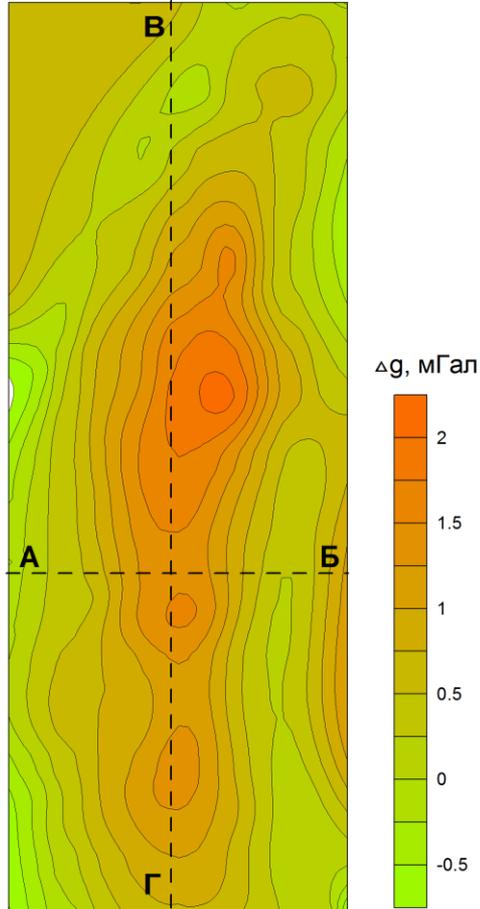
### Объемная модель коры выветривания



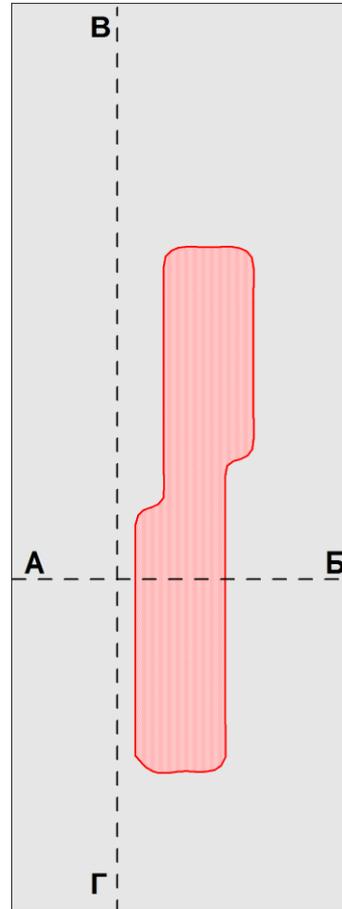
Избыточная плотность  $-0.4 \text{ г/см}^3$   
Элемент замощения – куб со стороной 200 м  
Число итераций: 393  
Невязка:  $\pm 0.15 \text{ мГал}$   
Время решения задачи: 2 мин.

# ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ПОЛЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НАД МАССИВОМ ГИПЕРБАЗИТОВ, ПЕРСПЕКТИВНЫМ НА ХРОМИТОВОЕ ОРУДЕНЕНИЕ

Аномальное поле



Срез на уровне 875 м



Разрез по линии ВГ



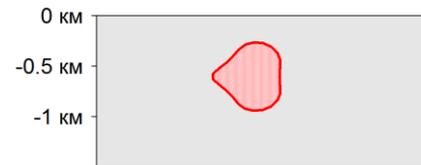
Число точек: 2168

$T_n$  - куб 250\*250\*250 м

Невязка полей: 0.16 мГал

Время решения: около 1.5 мин

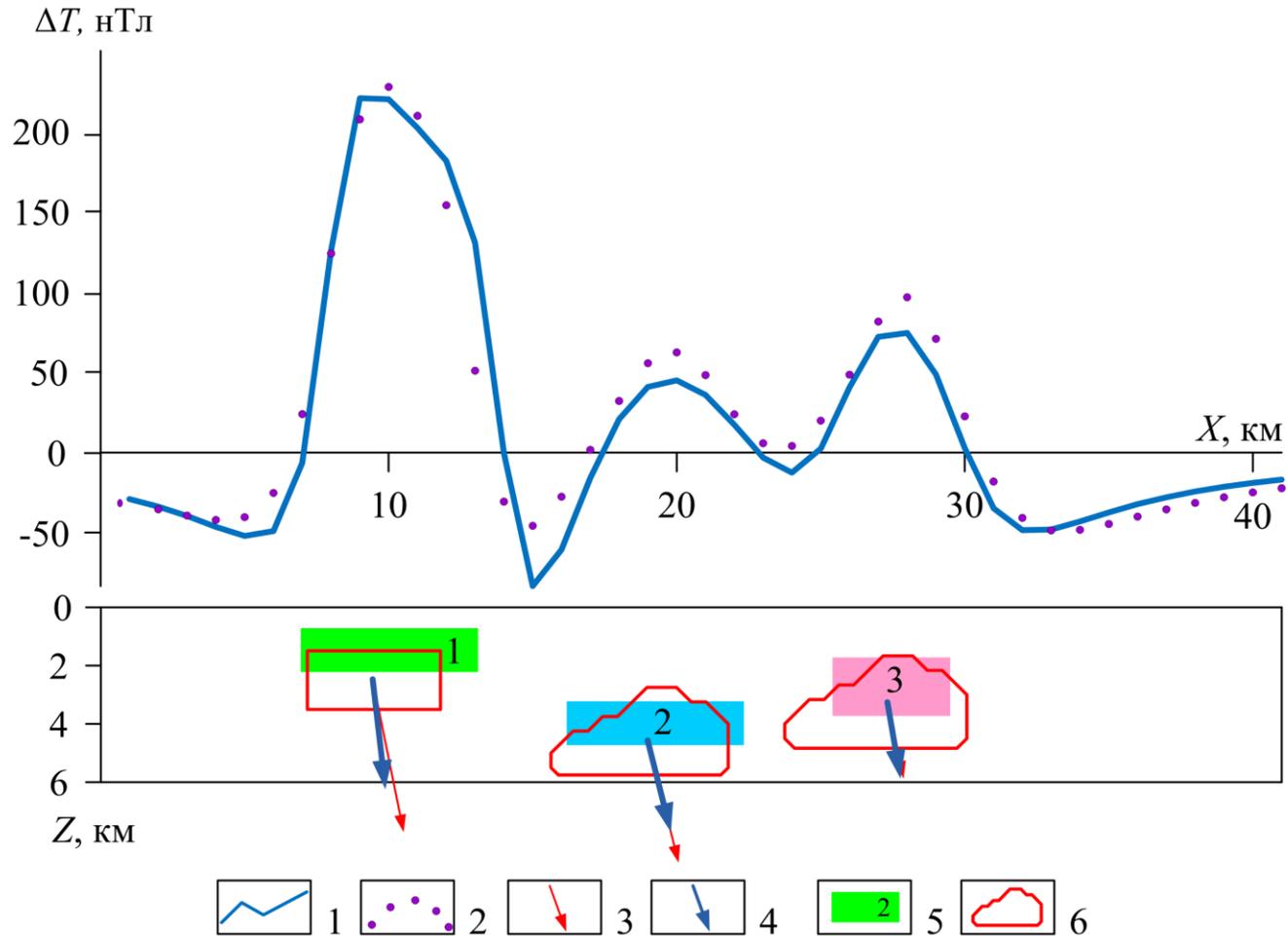
Разрез по линии АБ



1 км

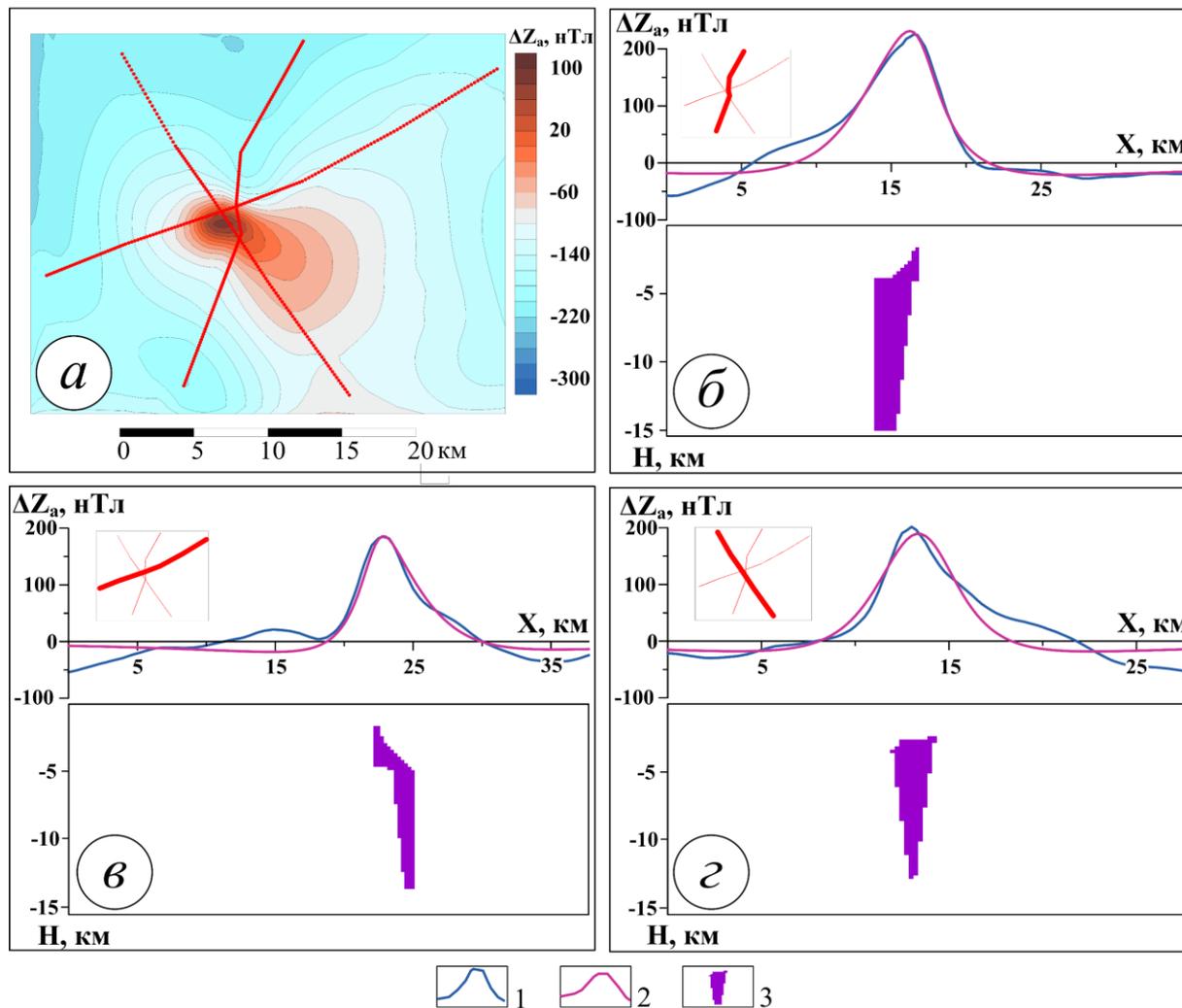


# Результаты решения смешанной обратной задачи магниторазведки для трех тел



1 – исходное поле  $\Delta T$ ; 2 – модельное поле  $\Delta T$ ; 3 – вектор истинной намагниченности  $J_s$ ; 4 – вектор подобранной намагниченности  $J_s$ ;  
5 – аномалиеобразующие тела, их номера; 6 – подобранные магнитовозмущающие объекты

# НАБЛЮДЕННОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОДВОДНОГО ВУЛКАНА 6.1 (а) И РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ МАГНИТОРАЗВЕДКИ С ПОМОЩЬЮ МОНТАЖНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ ТРЕХ ГАЛСОВ (б-г):



1 – исходное поле; 2 – модельное поле; 3 – аномалиеобразующий объект

- Монтажный подход к решению обратной задачи снимает проблему неустойчивости в ее классическом понимании, так как конечномерность модели и природные ограничения на ее плотностные и геометрические параметры изначально приводят к компактному множеству возможных решений, а учет определенного объема априорной информации может стать гарантом обеспечения надежного решения поставленной геологической задачи.

# ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОЦЕНКИ ДОСТОВЕРНОСТИ

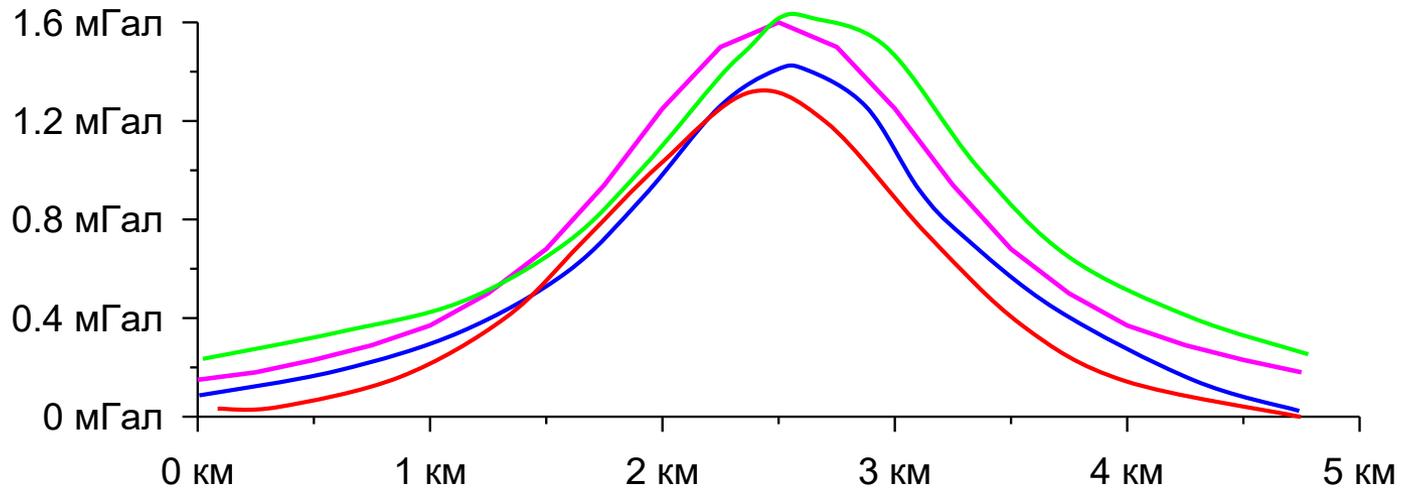
Проблему достоверности оценивания носителя масс  $S^T$  по совокупности измерений гравитационного поля и некой дополнительной информации можно рассматривать как задачу построения функции  $\nu$ , устанавливающей в изучаемом объеме геологической среды отношение порядка:

$$\nu(S_i) > \nu(S_j) \leftrightarrow p(S_i \subset S^T) > p(S_j \subset S^T)$$

(при этом сами значения  $p$  вероятностей событий  $S_i, S_j \subset S^T$  не вычисляются), или даже более сильное отношение:

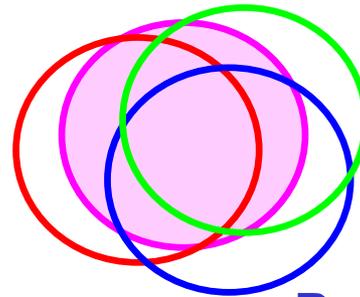
$$\nu(S_i) > \nu(S_j) \leftrightarrow (S_j \subset S^T \rightarrow S_i \subset S^T)$$

# ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ НА ПРОФИЛЕ НАБЛЮДЕНИЙ



Решение обратной задачи 2

Решение обратной задачи 1



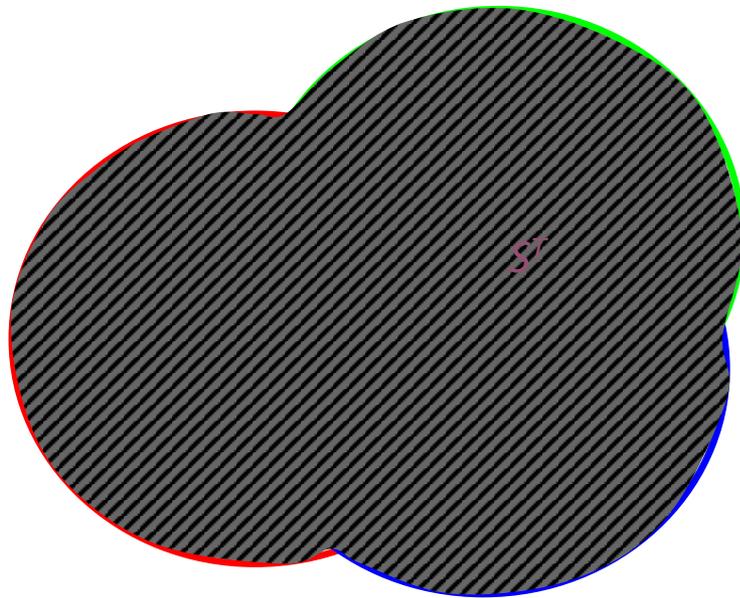
Решение обратной задачи 3

Решения 1, 2, 3 принадлежат множеству допустимых решений обратной задачи Q (отклонения модельных полей от наблюдаемого сопоставимы с точностью задания поля)

# ПРИНЦИП ОЦЕНКИ ДОСТОВЕРНОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИМЕТРИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАРЫ МНОЖЕСТВ $D_1, D_2$

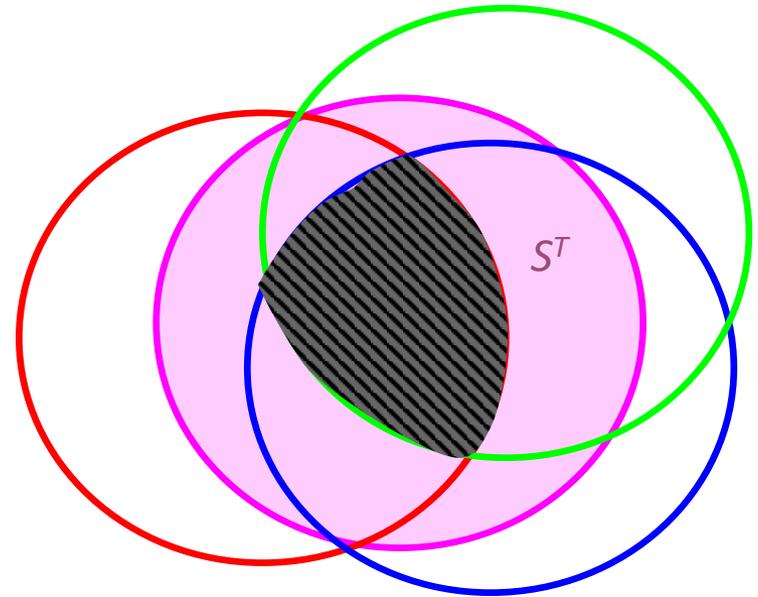
Все возможные решения обратной задачи:

$$D_1 = \bigcup_{\Omega_m \in Q} \Omega_m$$



Фрагменты, гарантировано принадлежащие источнику:

$$D_2 = \bigcap_{\Omega_m \in Q} \Omega_m$$



$$D_2 \subset S^T \subset D_1$$

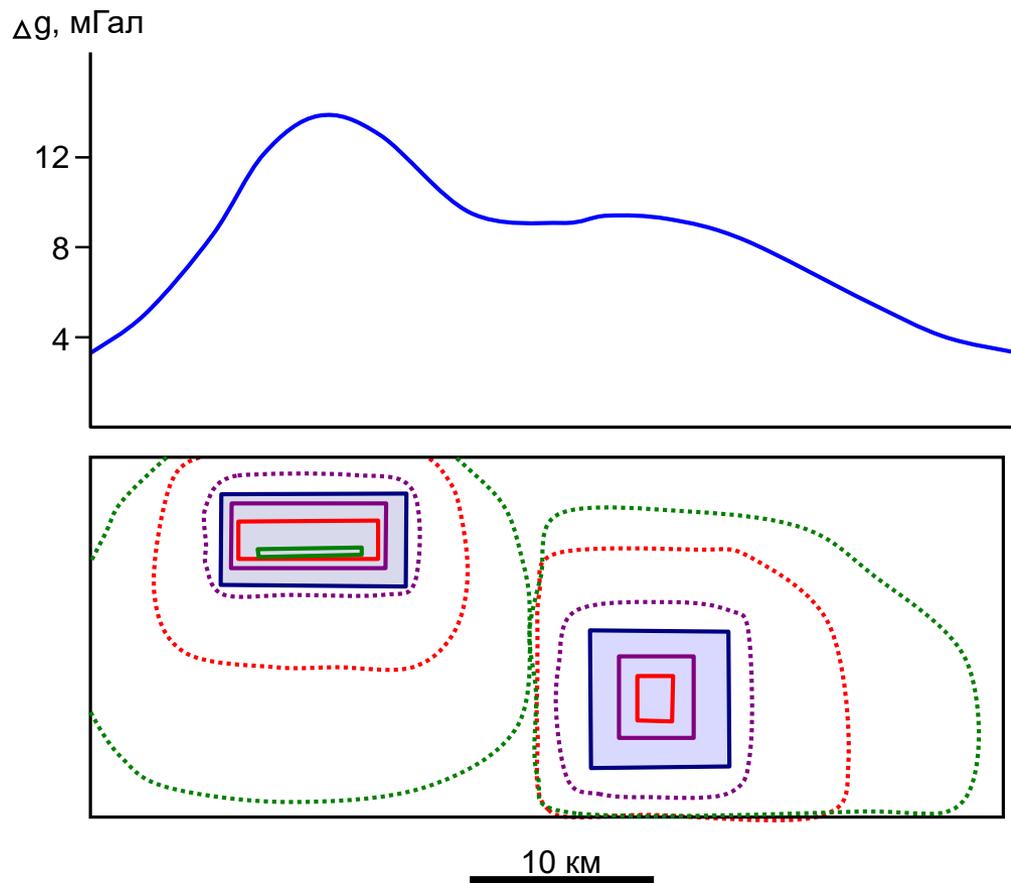
# ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ТЕХНОЛОГИИ ОЦЕНКИ ДОСТОВЕРНОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИМЕТРИИ

Построение совокупности решений обратной задачи монтажным методом при использовании в качестве «центра кристаллизации» одного элемента замощения

Формирование репрезентативного множества допустимых решений обратной задачи  $Q$ , отличающихся хотя на один элемент замощения

Построение пары подмножеств  $D_1$  и  $D_2$

# РЕЗУЛЬТАТЫ ОЦЕНКИ ДОСТОВЕРНОСТИ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ, СОЗДАННОГО ДВУМЯ ПРИЗМАМИ



**1. Гравитационное поле,  
созданное двумя призмами**

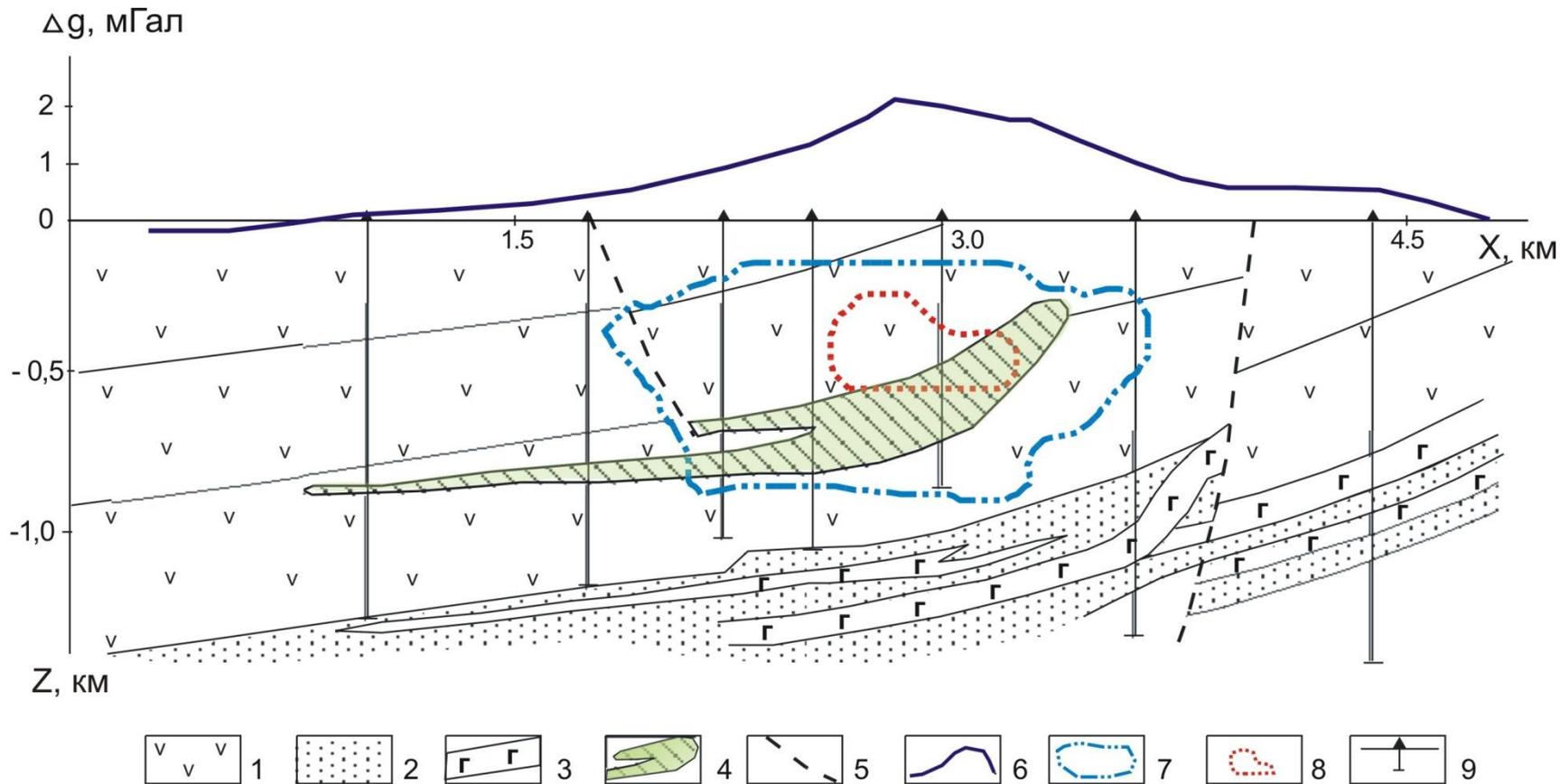
**2. Результаты оценки  
достоверности обратной  
задачи гравиметрии при  
уровне помех 0.4 мГал**

**3. Результаты оценки  
достоверности обратной  
задачи гравиметрии при  
уровне помех 0.7 мГал**

**4. Результаты оценки  
достоверности обратной  
задачи гравиметрии при  
уровне помех 1.2 мГал**

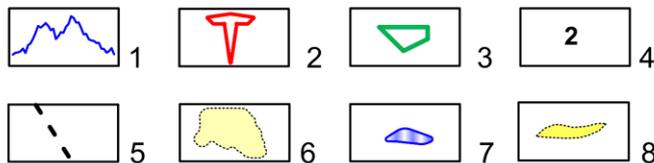
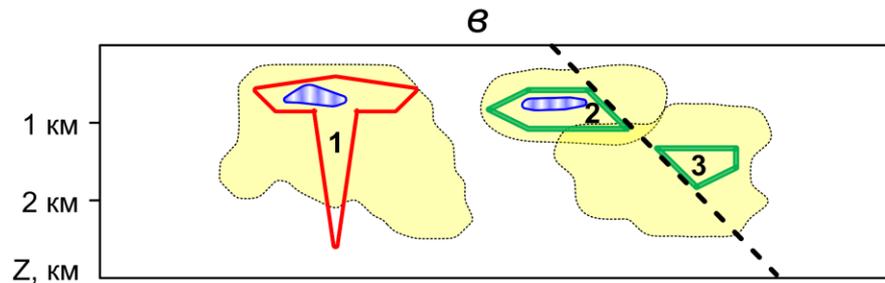
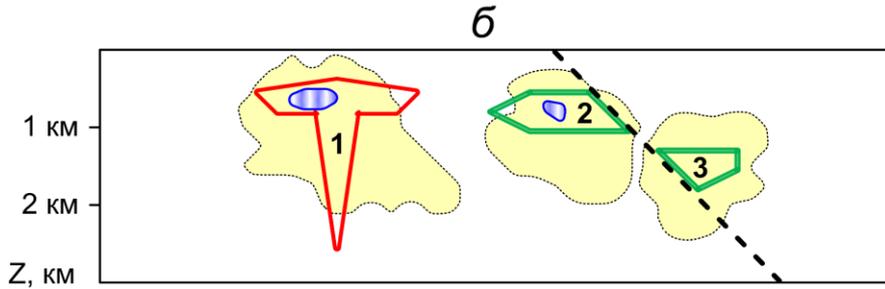
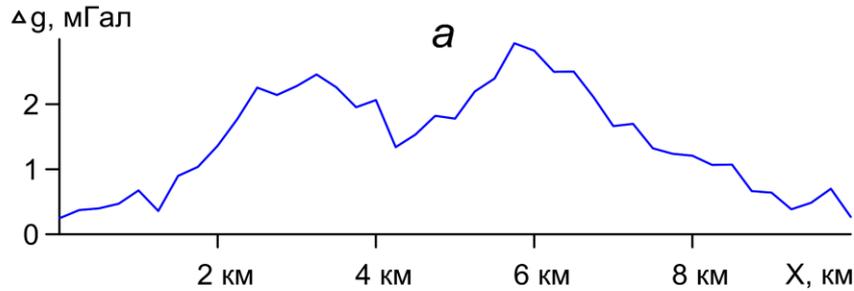
**Условные обозначения:** пунктирные линии – области геологического пространства, внутри которых находятся все допустимые решения обратной задачи ( $D_1$ ); сплошные линии – фрагменты геологического пространства, гарантировано принадлежащие аномалиеобразующим объектам ( $D_2$ )

# РЕЗУЛЬТАТЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ НАД МЕСТОРОЖДЕНИЕМ ПЛАТИНО-МЕДНО-НИКЕЛЕВЫХ РУД НОРИЛЬСК-1, ПРЕДСТАВЛЕННЫЕ В ВИДЕ ПАРЫ МНОЖЕСТВ $D_1$ , $D_2$



1 – породы туфовой толщи; 2 – отложения тунгусской серии; 3 – силлы габро-долеритов;  
 4 – рудоносная интрузия; 5 – дизъюнктивные нарушения; 6 – локальная составляющая  
 наблюдаемого поля; 7 – контур области  $D_1$ , содержащей все источники локальной аномалии; 8 –  
 контур области, гарантированно содержащей фрагмент аномалиеобразующего объекта  $D_2$ ; 9 –  
 буровые скважины

# ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ: МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР – ИНТРУЗИИ



**Результаты интерпретации гравитационного поля (а), обусловленного группой интрузивных тел, при точных (б) и интервально заданных (в) значениях плотностей:**

1 – «наблюдаемое» гравитационное поле;  
 2 - лакколит, 3 - хонолит; 4 - номера объектов;  
 5 - разлом; 6 - построенная оценка области  $D_1$ ;  
 7 - построенная оценка области  $D_2$ ; 8 – зона пересечения построенных оценок областей  $D_1$

## Функция локализации

Вероятностное распределение параметра  $\lambda(\omega_n)$  по шкале, которая согласуется с объемом информации, содержащейся в подмножестве  $Q$ , дает *функция локализации*. По этому подмножеству допустимых решений обратной задачи построим вспомогательную функцию

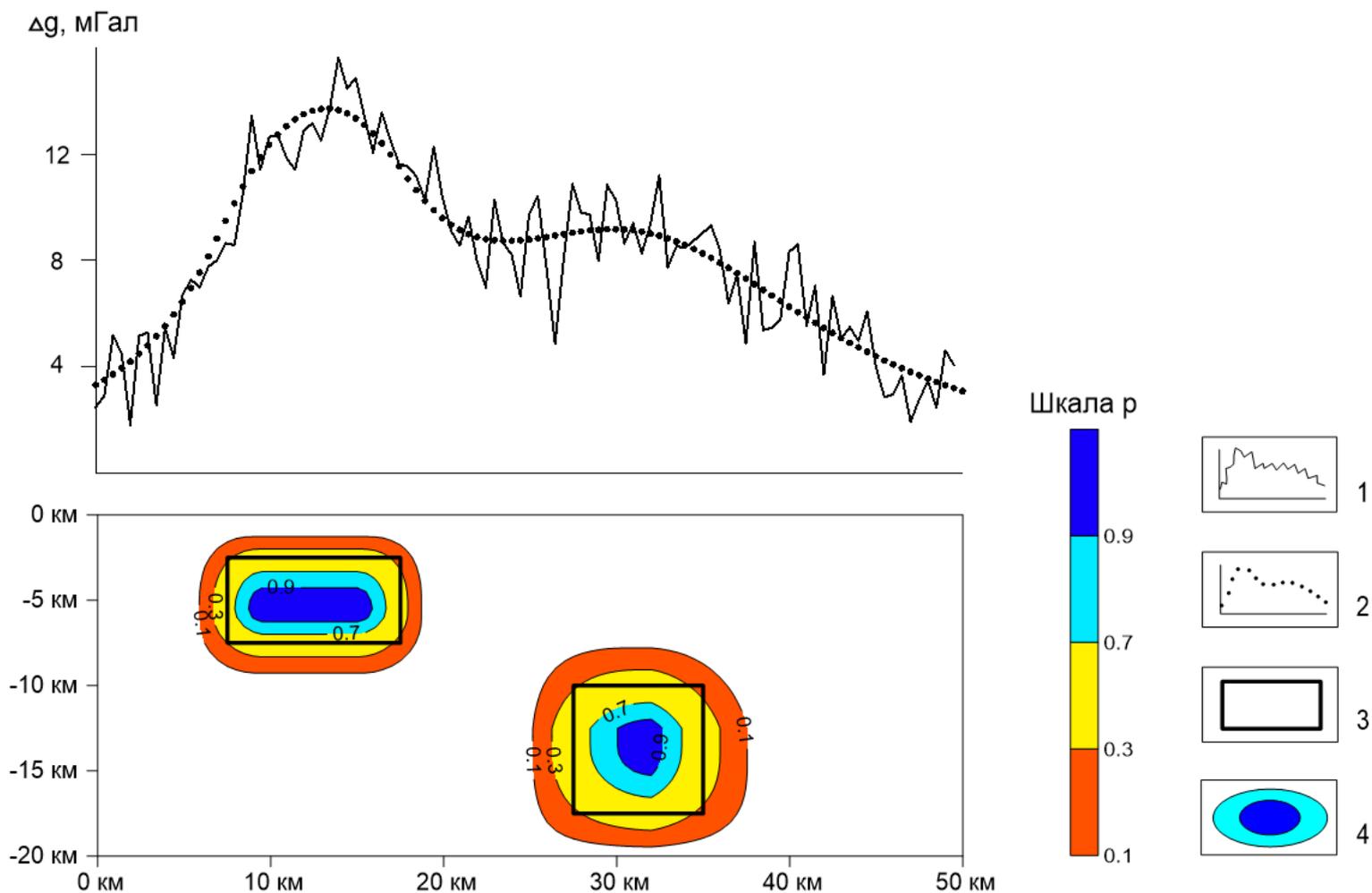
$$\varphi(\omega_n, S_\alpha) = \begin{cases} 1, & \omega_n \subset S_\alpha \\ 0, & \omega_n \not\subset S_\alpha \end{cases} .$$

*Функция локализации*

$$\lambda(\omega_n) = \frac{\sum_{S_\alpha \in Q_0} \varphi(\omega_n, S_\alpha)}{|Q|}$$

– частота, с которой среди всех носителей  $S_\alpha \in Q_0$  (их число обозначим как  $|Q|$ ) встречаются те, для которых область  $\omega_n$  является фрагментом. Иначе,  $\lambda(\omega_n)$  – апостериорная оценка вероятности заполнения области  $\omega_n \subset \mathbf{R}^3$  возмущающими массами.

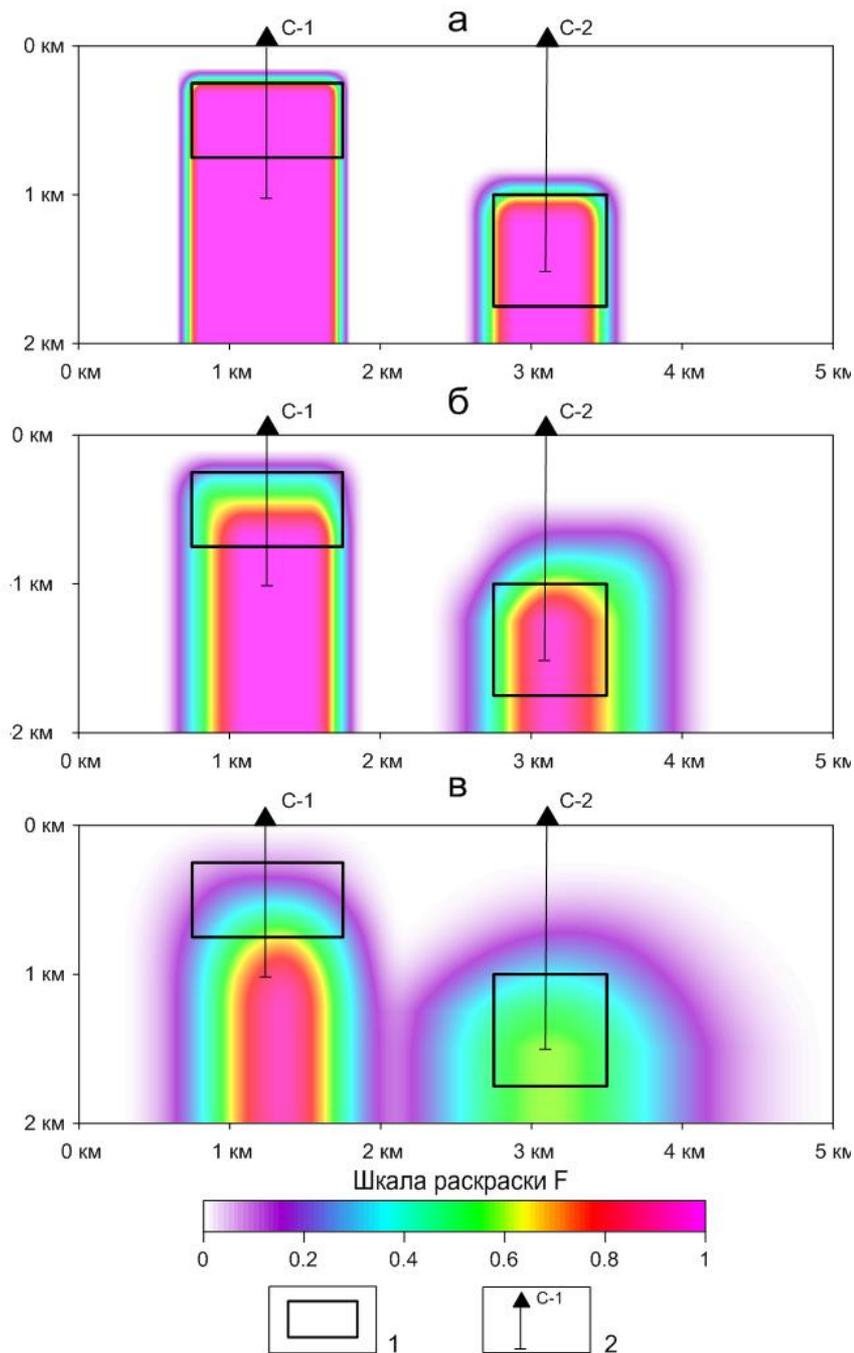
# Функция локализации: модельный пример - две призмы



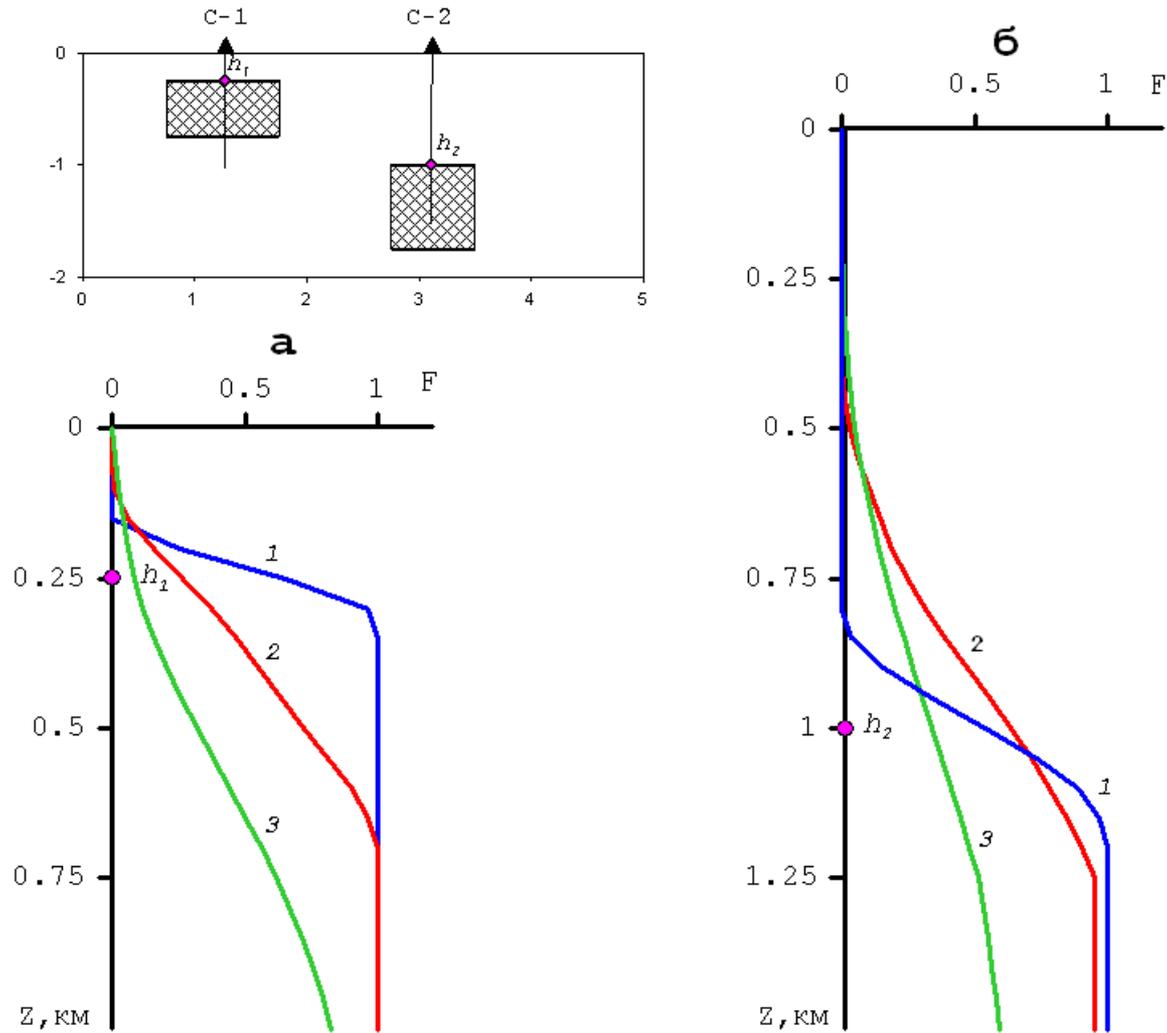
Оценка вероятности обнаружения двух прямоугольных призм по гравитационному полю с помехой: 1 – поле , осложненное помехой с нормой 1,2 мГал; 2 – поле без помех; 3 - границы аномалиеобразующих тел; 4 - изолинии вероятности = 0,1; 0,3; 0,7; 0,9 ( $N = 7229$ )

**Вертикальные карты функции обнаружения  $F$  для случая «слабых» (а), «средних» (б) и «высоких» (в) помех в гравитационном поле:**

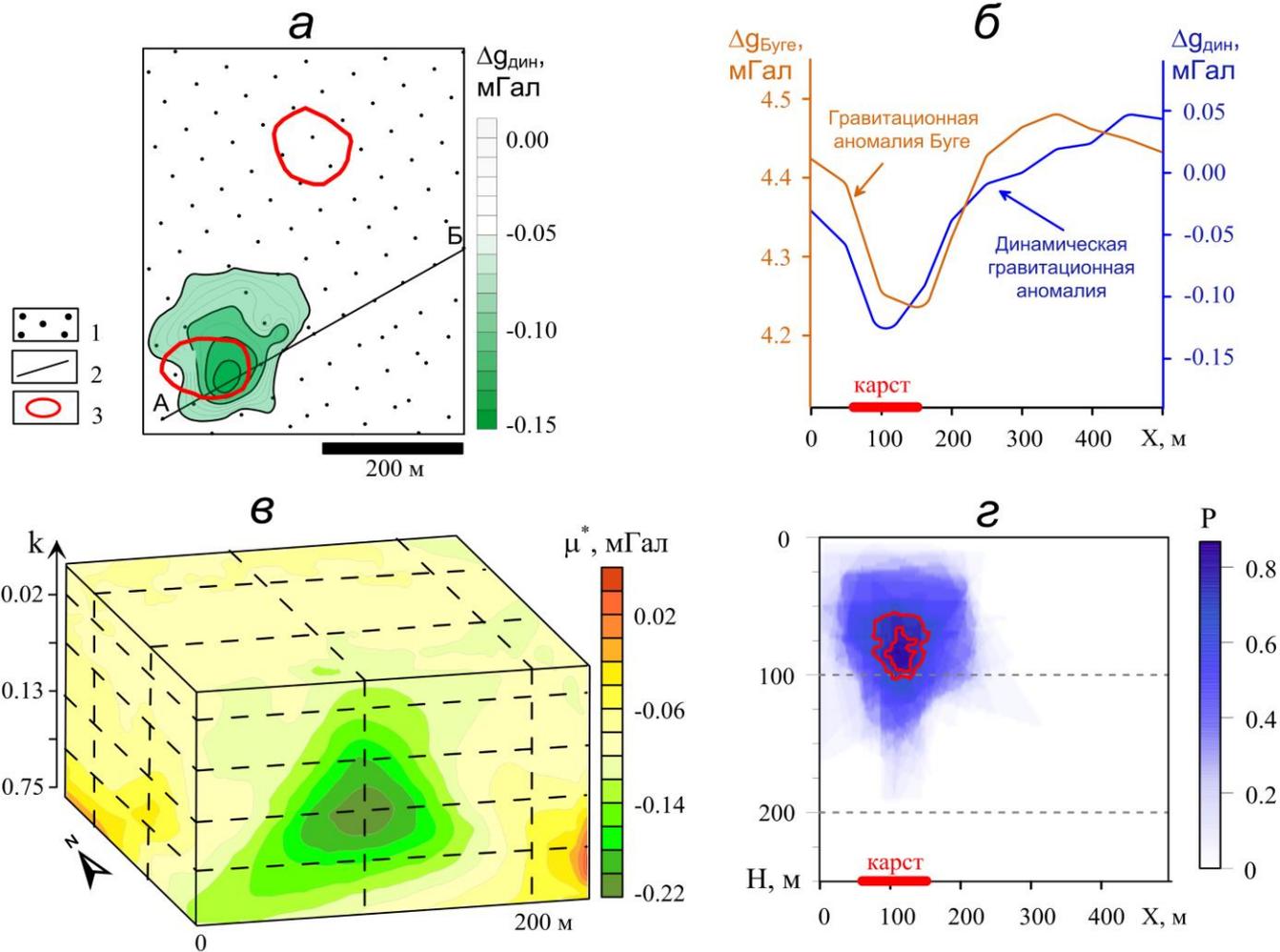
1- аномалиеобразующие тела;  
2 – проектируемые скважины



**Графики функции обнаружения вдоль полотна заверочных скважин С-1 и С-2 для случая «слабых» (1), «средних» (2) и «сильных» (3) помех ( $h_1$  и  $h_2$  – глубины до верхних кромок призм)**



# Функция локализации: практический пример

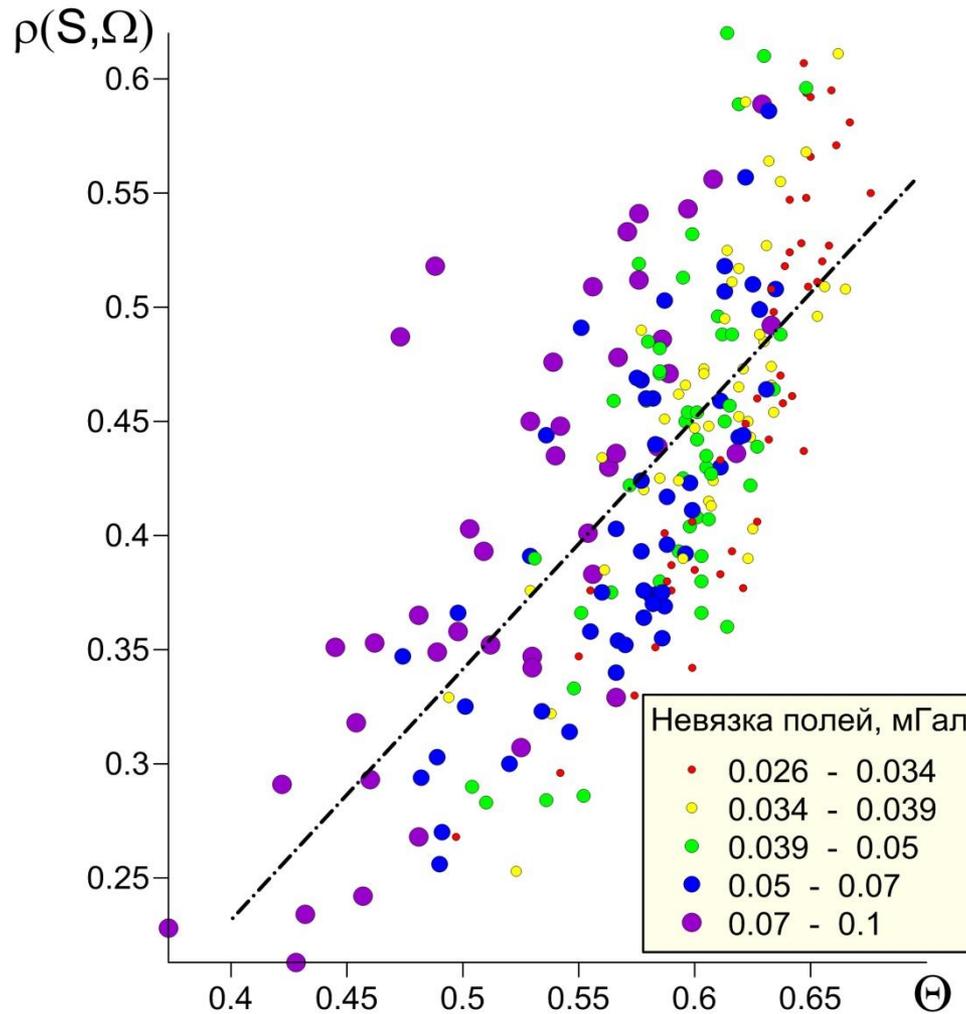


## Интерпретация данных гравиметрического мониторинга на Верхнекамском месторождении калийно-магниевых солей:

а – участок гравиметрической съемки; б – гравитационные аномалии; в – куб квазиплотностей; г – функция локализации: 1 – пункты гравиметрических наблюдений; 2 – профиль АБ; 3 – провалы земной поверхности.

# ВЗАИМОСВЯЗЬ ИСТИННОЙ $\rho(S, \Omega)$ И ПРОГНОЗИРУМОЙ $\Theta$

## ТОЧНОСТИ РЕШЕНИЯ ОЗГ ПО 1179 ИНТЕРПРЕТАЦИОННЫМ МОДЕЛЯМ



Коэффициент корреляции между  $\rho$  и  $\Theta$  составляет **0,745**. Коэффициент корреляции между значением  $\rho$  и величиной  $\varepsilon$  невязки составляет всего лишь **0,277**.

$$\rho(S, \Omega) = \mu(S \cap \Omega) / \mu(S \cup \Omega)$$

Кросс-плот и линейная регрессионная зависимость  $\rho(S, \Omega) = 1,195\Theta - 0,268$  (штрих-пунктирная линия).  
Примечание: цветными точками показаны параметры для каждого пятого решения ОЗГ из множества  $Q$ .

- Оценка достоверности результатов количественной интерпретации в терминах пары множеств  $D_1$  и  $D_2$  может существенно повысить вероятность вскрытия искомых аномалиеобразующих объектов в заданных интервалах глубин поисковыми и разведочными скважинами, рекомендованными по гравиметрическим данным.
- При решении практических задач могут эффективно использоваться функция локализации, функция обнаружения и др. вероятностно-статистические представления об источниках поля.
- Основной принцип, заложенный в основу аддитивных технологий интерпретации, можно сформулировать так: допустимые варианты интерпретации должны не «соперничать друг с другом за право называться наилучшим», а сообща участвовать в построении итогового варианта интерпретации, в котором суммировалась бы информация, которую несет каждый из таких вариантов. Если взять рудную обратную задачу, то вследствие такого обмена до того "безликий" модельный носитель возмущающих масс наполняется информацией, достаточной для решения задачи о принадлежности локального фрагмента пространства реальному носителю возмущающих масс с оценкой вероятности этого события.

## ПОНЯТИЕ «РОЕВОЙ ИНТЕЛЛЕКТ»

**Роевой интеллект (РИ)** (англ. *swarm intelligence*) описывает коллективное поведение децентрализованной самоорганизующейся системы. Рассматривается в теории искусственного интеллекта как метод оптимизации. Системы роевого интеллекта, как правило, состоят из множества частиц (боидов) локально взаимодействующих между собой и с окружающей средой. Идеи поведения, как правило, исходят от природы, а в особенности, от биологических систем. Каждая частица следует очень простым правилам и, несмотря на то, что нет какой-то централизованной системы управления поведением, которая бы указывала каждой из них на то, что ей следует делать, локальные и, в некоторой степени, случайные взаимодействия приводят к возникновению интеллектуального группового поведения, неконтролируемого отдельными частицами. Примеры алгоритмов РИ:

- Метод роя частиц
- Муравьиный алгоритм
- Пчелиный алгоритм
- Искусственная иммунная система
  - Алгоритм серых волков
  - Алгоритм летучих мышей
- Алгоритм гравитационного поиска

## МЕТОД РОЯ ЧАСТИЦ (МРЧ) И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

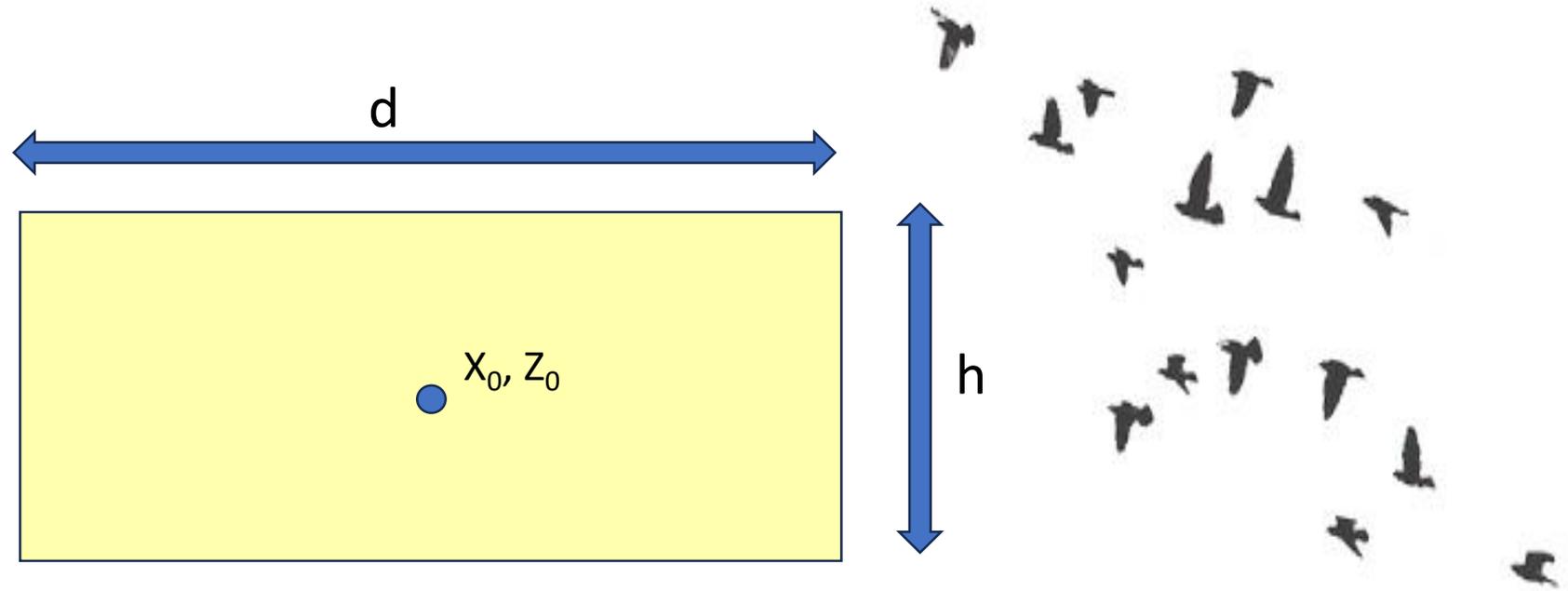
Метод роя частиц (МРЧ, англ. particle swarm optimization, PSO) рассматривается в теории искусственного интеллекта как метод эволюционной оптимизации. Первоначально этот метод был предложен для описания движения птичьих стай с целью выяснения законов, управляющих синхронным движением и быстрой сменой направления полета<sup>1</sup>.

Количественная интерпретация данных гравиметрической съемки предполагает решение задачи обнаружения и локализации источника аномалии силы тяжести. В частности, этим источником может являться одиночный изолированный объект, отличающийся по плотности от вмещающей его среды, например – интрузивное тело или рудная залежь. С теоретических позиций, согласно теореме П.С. Новикова, в идеализированных условиях возможно точно локализовать звездное тело с постоянной эффективной плотностью. Рассмотрим возможность решения этой задачи с использованием МРЧ. Решения обратной задачи будем искать в классе двумерных прямоугольных призм.

---

<sup>1</sup> - Eberhart R., Kennedy J. Particle swarm optimization. *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, 4, IEEE, 1995. pp. 1942–1948.

# ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ИСТОЧНИКА ПОЛЯ – ЧАСТИЦЫ РОЯ (2D ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПРИЗМЫ С ИЗВЕСТНОЙ ПЛОТНОСТЬЮ)



Координаты центра тяжести  $x_0, z_0$  и размеры  $d, h$  горизонтальных и вертикальных граней призм являются случайными числами:  $\{x_0, z_0\} \in D$ , равномерно распределенными в соответствующих интервалах. Таким образом, каждая  $i$ -я призма характеризуется вектором из 4-х компонент  $\mathbf{p}_i = \{x_0, z_0, d, h\}, i = \overline{1, N}$ , которому отвечает модельное поле  $\Delta \mathbf{g}_M^i$  и функционал  $F2 = \|\Delta \mathbf{g}_H - \Delta \mathbf{g}_M^i\|_{L^2}$ .

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МРЧ

Состояние всего роя характеризуется наилучшим состоянием его частиц, таким образом задача локализации источника поля сводится к минимизации функционала  $F_2(\mathbf{p})$ , которое осуществляется в течение некоторого времени, разбитого на  $k = \overline{1, M}$  интервалов. Скорость частицы  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^4$  в текущий момент времени  $k+1$  определяется суммой трех слагаемых:

$$\mathbf{v}_i(k+1) = \alpha \mathbf{v}_i(k) + \beta \mathbf{U}_1 \otimes [\mathbf{L}(k) - \mathbf{p}(k)] + \gamma \mathbf{U}_2 \otimes [\mathbf{G}(k) - \mathbf{p}(k)],$$

т.е. инерционной, когнитивной и социальной компонент. Инерционная компонента зависит от скорости частицы в предыдущий момент времени  $\mathbf{v}_i(k)$ , когнитивная – отражает стремление частицы к собственному наилучшему положению (локальному рекорду)  $\mathbf{L}(k)$ , социальная – показывает ее движение к лучшему положению роя (глобальному рекорду)  $\mathbf{G}(k)$ . Символ  $\otimes$  означает прямое (покомпонентное) произведение векторов. Длины случайных векторов  $\mathbf{U}$  равномерно распределены в интервале  $[0,1]$ ,  $\alpha, \beta, \gamma$  – коэффициенты, которые являются постоянными величинами или зависят от времени  $k$ .

## СТРУКТУРА АЛГОРИТМА РОЯ ЧАСТИЦ



## ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МРЧ НА ЯЗЫКЕ DELPHI 7

Метод роя частиц

Номер итерации

Число точек N

Число итераций kit

Шаг по профилю

Число частиц M

Эфф. плотность

Метод поиска

- Монте-Карло
- МРЧ вариант 1
- МРЧ вариант 2
- МРЧ вариант 3

F2 пороговое

Траектория частицы N<sup>2</sup>

Vmax1

Randomize

- вкл
- выкл

Vmax2

# ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И НАЧАЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ РОЯ ЧАСТИЦ

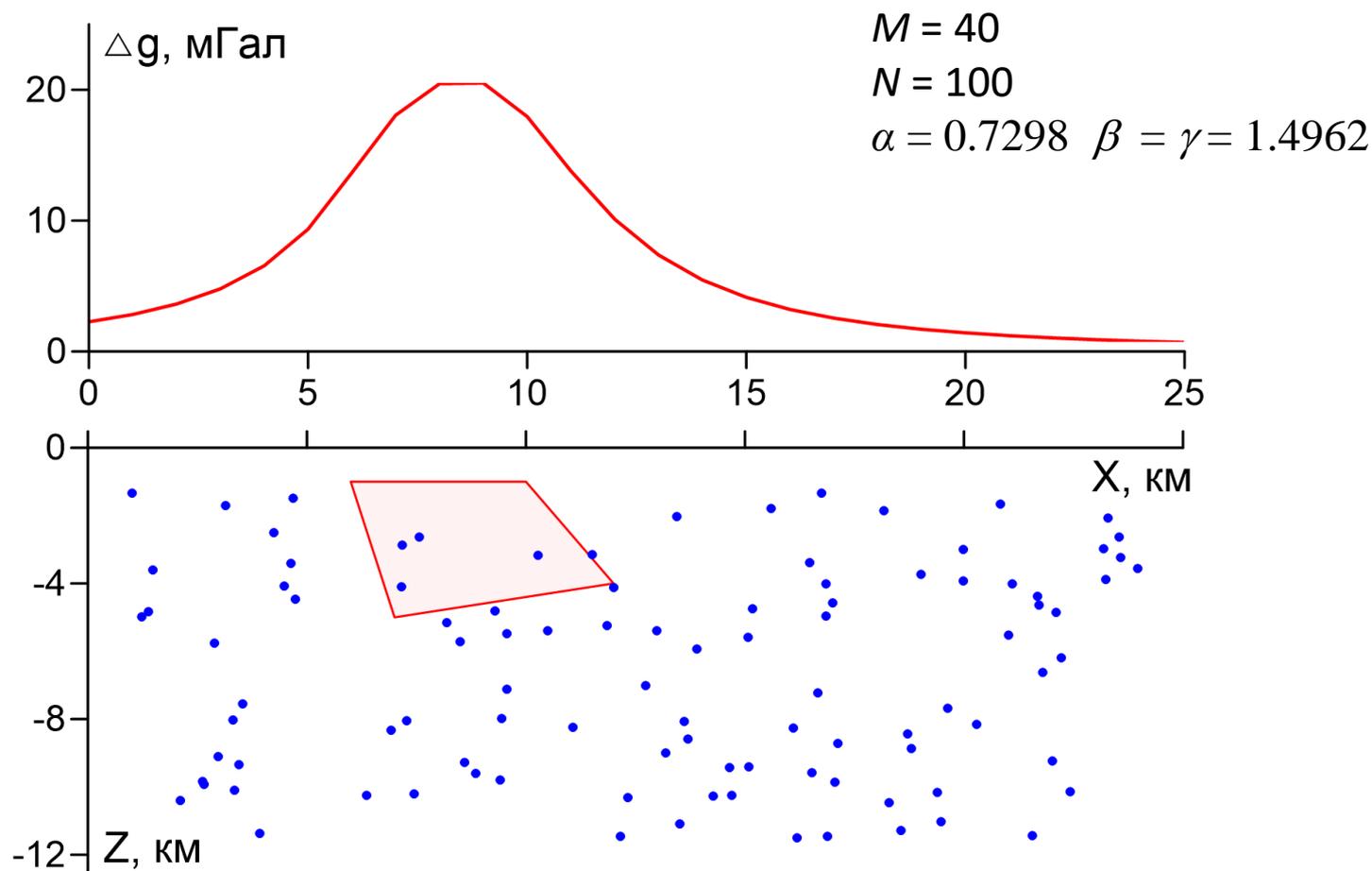
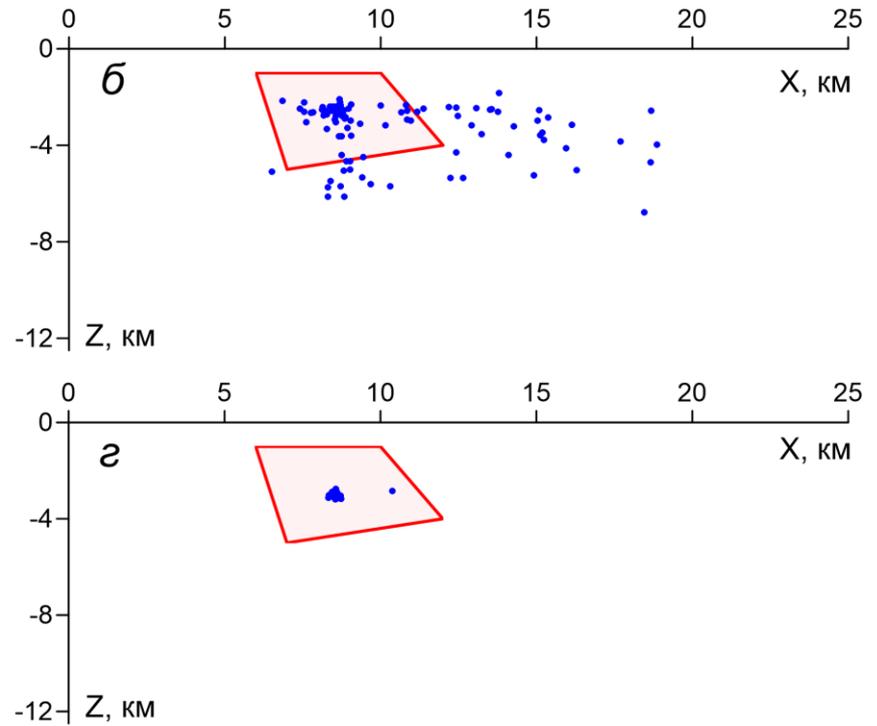
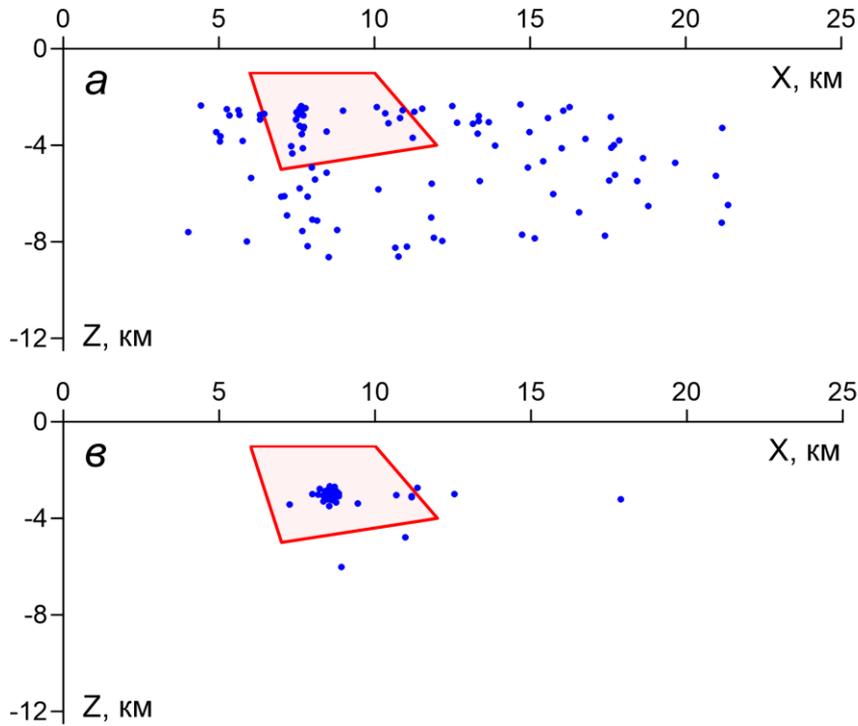


График аномалии силы тяжести поля и источник поля (красный контур с заливкой). Синие точки – центры призм  $\{x_0, z_0\}$

# ЭВОЛЮЦИЯ РОЯ ЧАСТИЦ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ



Пространственное расположение центров призм  $\{x_0, z_0\}$   
после выполнения итераций № 5 (а), № 10 (б), № 25 (в), № 40 (г)

# РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИРАЗВЕДКИ С ПОМОЩЬЮ МРЧ

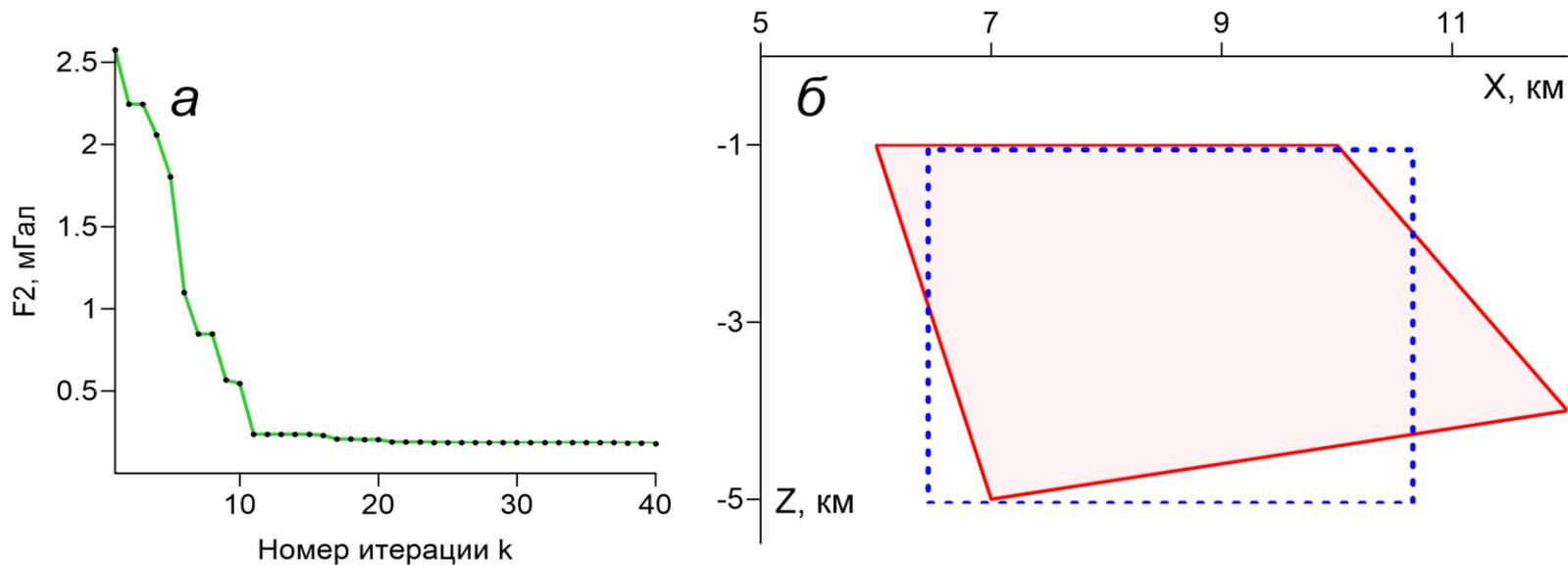
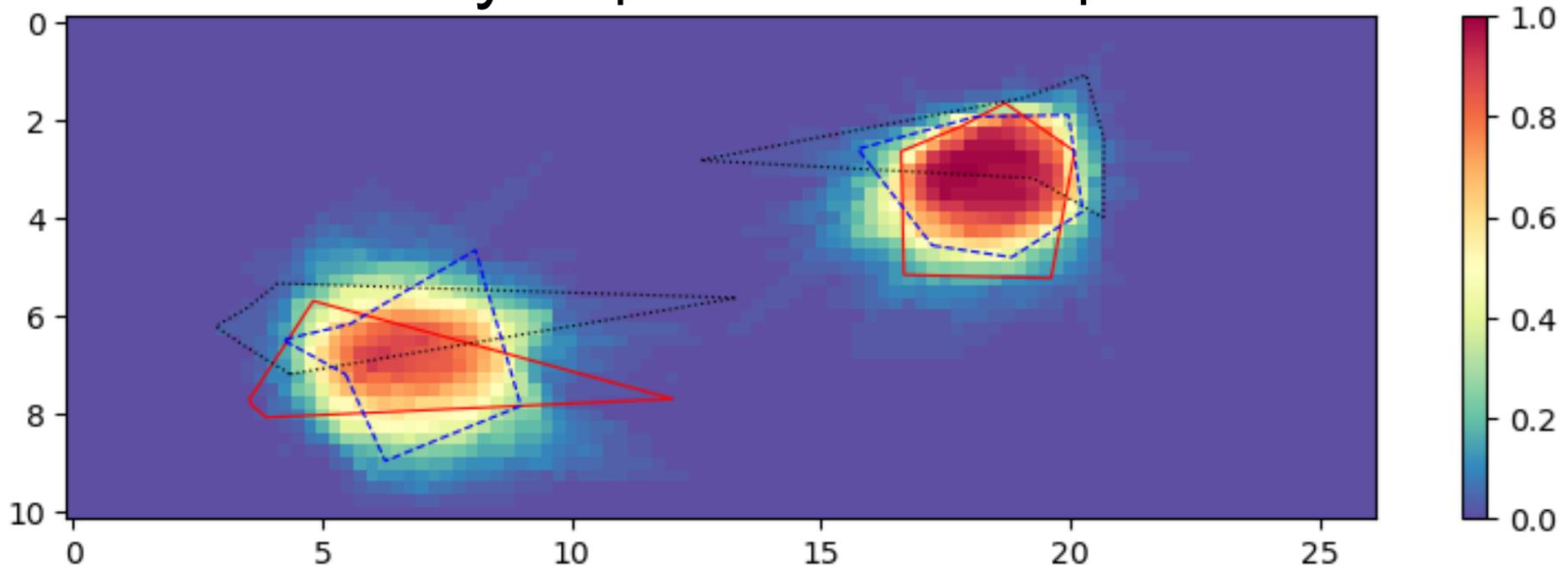


График изменения невязки для лучшей частицы  $\mathbf{G}(k)$   
в процессе оптимизации (а); источник поля и подобранный объект (б)

# РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИРАЗВЕДКИ МРЧ ДЛЯ 2-Х МНОГОУГОЛЬНЫХ ПРИЗМ

## Функция локализации



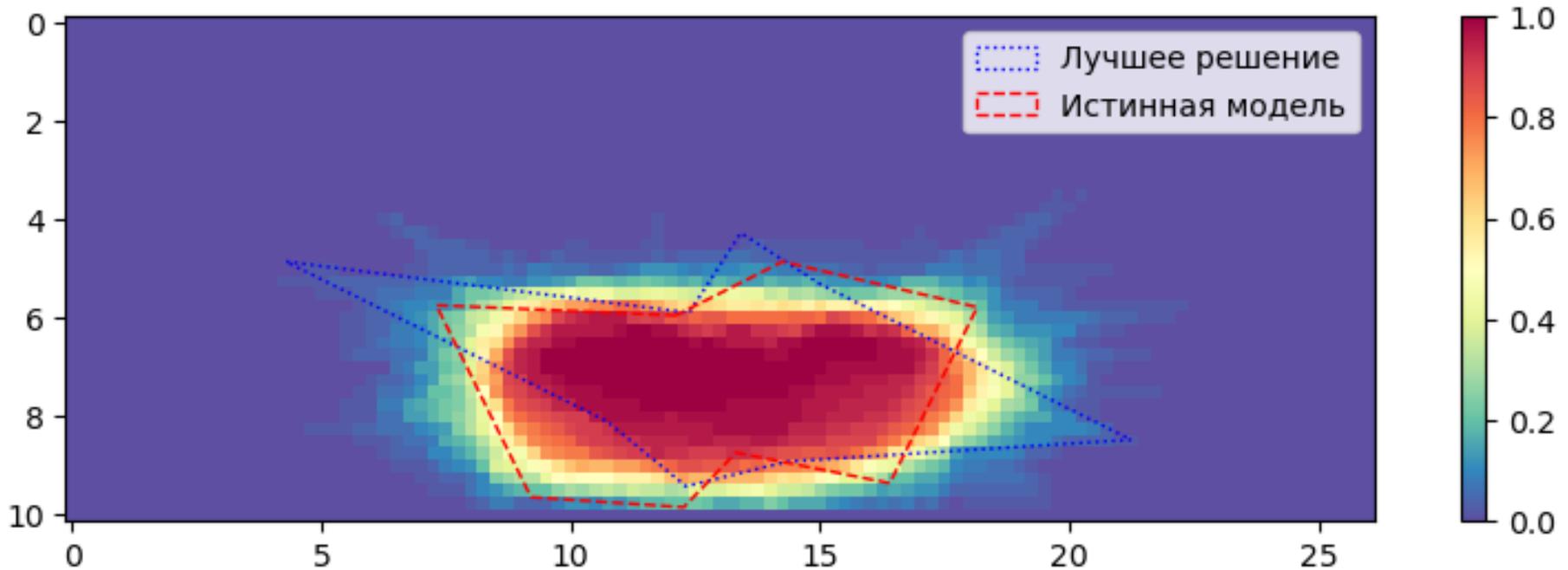
Красный цвет - истинные объекты.

Черный пунктир - лучшее решение по минимуму невязки

Синий пунктир - лучшее решение по критерию Лапласа

- Разработанный алгоритм МРЧ обладает высокой скоростью сходимости, что делает возможным получение приемлемого решения даже при небольшом числе итераций. Нужно отметить, что для получения близких результатов с помощью метода Монте-Карло требуется не  $M \times N = 4 \times 10^4$ , а порядка  $(1-5) \times 10^6$  циклов решения прямой задачи гравиметрии.

# РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИРАЗВЕДКИ ДЛЯ 8-УГОЛЬНОЙ ПРИЗМЫ МРЧ: 50 ЧАСТИЦ\*50 ИТЕРАЦИЙ\*50 ЦИКЛОВ РАСЧЕТА



Затраты времени ~16 с



этот и другие результаты расчетов позволяют надеяться на возможность решения задачи восстановления формы аномалиеобразующего объекта только по аномалии силы тяжести при минимуме априорной информации



**Благодарю за внимание**



<https://disk.yandex.ru/d/M079jb8LnNxYIw>



**Балк Петр Исаакович**

Родился в 1947 г. в г. Потсдаме (Германия) в семье офицера Советской Армии. В 1963 г. по месту службы окончил среднюю школу в г. Аннин Саянской области, а в 1970 г. – математический факультет Иркутского государственного университета. В 1970–1973 гг. – старший-исследователь в Институте геологии Сибирского отделения АН СССР. В 1973–1975 гг. – аспирант очного обучения. В 1975–1977 гг. – старший научный сотрудник в Иркутском государственном университете. В 1977–1984 гг. – старший научный сотрудник в Иркутском Вычислительном центре Сибирского отделения АН СССР. В 1985–1994 гг. – старший, ведущий и главный научный сотрудник Казанского филиала Всесоюзного института разведочной геофизики. По совместительству работал профессором в Казанском техническом университете, читал лекции в институтах повышения квалификации в различных периодах СССР; работал по научным проектам Немецкого исследовательского сообщества. В 1994 году приглашен в филиал Института прикладной геофизики в г. Потсдам.

В 1975 г. – кандидат; в 1988 г. – доктор физико-математических наук. Область научных интересов: в начальный период: – аналитические решения прямых и обратных задач гравитационного потенциала, методы искусственного интеллекта для доказательства теорем единственности. Времена Сибирского отделения АН СССР за цикл работ по использованию доказательных вычислений на ЭВМ при изучении свойств линейных отображений; в последующие годы – методология теории решения прикладных обратных задач. Автор более 100 научных работ, преимущественно опубликованных в академических журналах «Известия АН СССР» («Известия РАН»), «Физика Земли», «Геология и геофизика».



**Долгаль Александр Сергеевич**

Родился в 1958 г. в г. Свердловске. В 1980 г. окончил геофизический факультет Свердловского горного института. В 1980–1983 гг. – геофизик, начальник отряда Центральной геофизической экспедиции (пос. Ласкин); в 1983–1986 гг. – старший геофизик партии Северо-Енисейской геофизической экспедиции (г. Тесисобинск); в 1986–1993 гг. – ведущий, главный геофизик партии Норильской комплексной геологоразведочной экспедиции; в 1993–1997 гг. – главный геофизик Комитета по геологии и использованию недр Таймырского автономного округа (г. Норильск); в 1997–2002 гг. – главный геофизик Южной геофизической экспедиции (г. Абакан); с 2002 г. – ведущий, главный научный сотрудник Горного института УрО РАН, по совместительству – профессор кафедры геофизики Пермского государственного научно-исследовательского университета (г. Пермь). Доктор физико-математических наук. Область научных интересов – рудная геофизика, математическое моделирование геопотенциальных полей и их источников, комплексирование геофизических методов. Основные труды посвящены математическим методам обработки и интерпретации данных гравиметрии и магниторазведки, а также вопросам использования геофизических методов для геос картирования, прогнозирования и поисков рудных месторождений. Подготовил 5 кандидатов наук. Автор и соавтор более 300 опубликованных научных работ.



9 785915 224932

П.И. Балк  
А.С. Долгаль

АДДИТИВНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГРАВИРАЗВЕДКИ И МАГНИТОРАЗВЕДКИ

П.И. Балк, А.С. Долгаль

## АДДИТИВНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГРАВИРАЗВЕДКИ И МАГНИТОРАЗВЕДКИ



ПЕРМСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

А. С. Долгаль

ГРАВИМЕТРИЯ  
И МАГНИТОМЕТРИЯ:  
РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

МОНТАЖНЫЙ МЕТОД  
И АДДИТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

